

**Bernd Graf**

**Validierung von Methoden zur Berechnung und  
Reduzierung der Schallabstrahlung von  
Getriebegehäusen**



# **Validierung von Methoden zur Berechnung und Reduzierung der Schallabstrahlung von Getriebegehäusen**

Von Bernd Graf



Universitätsverlag Ilmenau  
2007

# Impressum

## **Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Angaben sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät für Maschinenbau als Dissertation vorgelegen	
Tag der Einreichung:	6. Juni 2006
1. Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. Klaus Augsburg
2. Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. Bernd Wender
3. Gutachter:	Dr.-Ing. Klaus Kelkel
Tag der Verteidigung:	19. Januar 2007

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek

### **Universitätsverlag Ilmenau**

Postfach 10 05 65

98684 Ilmenau

[www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag](http://www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag)

## **Herstellung und Auslieferung**

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG

Am Hawerkamp 31

48155 Münster

[www.mv-verlag.de](http://www.mv-verlag.de)

ISBN 978-3-939473-11-4

urn:nbn:de:gbv:ilm1-2007000049



---

# Kurzfassung

## Validierung von Methoden zur Berechnung und Reduzierung der Schallabstrahlung von Getriebegehäusen

An drei unterschiedlich komplexen Getriebegehäusen, einem unverrippen Prinzip-Getriebegehäuse, einem Hinterachsgetriebegehäuse und einem hochgradig verrippen Synchrongetriebegehäuse, wird die quantitative Aussagekraft der Schwingungs- und Schallabstrahlungsberechnung mittels der Finite-Element- bzw. der Boundary-Element-Methode bei den ersten 40 Eigenfrequenzen untersucht und optimiert. Um die Genauigkeit der einzelnen Simulationsschritte und die Auswirkungen der Fertigungsungenauigkeiten auf die Strukturmechanik quantitativ bestimmen zu können, werden auch digitalisierte Modelle verwendet und deren Ergebnisse parallel zu jedem Schritt den Messungen gegenübergestellt. Eine Validierung der Berechnungsverfahren kann durch einen mittleren MAC-Wert von bis zu 98 % und die Reduzierung der Streuung der Schallabstrahlungsberechnung auf 0,7 dB auf hohem Niveau erreicht werden. Die experimentell ermittelten Größen fließen in zusätzliche Berechnungen ein, um die Effektivität von globalen Model-Updating-Methoden zu quantifizieren. Diese Vergleiche ermöglichen es dem Anwender, die Genauigkeit von Schallabstrahlungsberechnungen, in Abhängigkeit von der Komplexität des Gehäuses, der Modellgüte und der Updating-Methode, abzuschätzen. Ein effizienterer Einsatz von Messungen und eine Verringerung der Anzahl an Prototypen ist damit möglich.

Die validierte Methodik der Schallabstrahlungsberechnung wird in einem folgenden Schritt angewendet, um mittels Parameterstudien Richtlinien für die Konstruktion von akustisch optimierten Getriebegehäuse-Verrippungen bis 4000 Hz aufzustellen. Die Einführung und Anwendung von gemittelten generalisierten Anregungskräften ermöglicht es hierbei, die Neigung jeder Eigenform zur Schallabstrahlung unabhängig vom Anregungsort zu ermitteln. Dadurch kann die Effektivität von Verrippungen bei allen Eigenfrequenzen eindeutig und frequenzbereichsabhängig analysiert werden.



---

# Abstract

## Validation of methods for calculation and reduction of the sound radiation of gearbox housings

The quantitative accuracy of structure dynamics and sound radiation calculations with the Finite-Element- and the Boundary-Element-Method respectively is validated with three gearbox housings of different complexity: an Oval-Principle-Gearbox housing without ribs, a rear-axle gearbox housing and a high grade ribbed synchronized gearbox housing. For this purpose always the first forty resonance frequencies are examined. Digitalised models are used to define the accuracy of every simulation step and the effects on the dynamic behaviour due to the deviations of the casting and machining. All results are compared with measurements at every simulation step. The validation of the calculation methods is obtained at a high level with an average MAC-value up to 98% and the reduction of the standard deviation of the sound radiation calculation to 0.7 dB. To quantify the effectiveness of global Model-Updating-Methods, the measured quantities are used for additional calculations. With these comparisons, the user is enabled to estimate the precision of the sound radiation calculations in dependency of the complexity of the housing, the quality of the Model and the Updating-Method. Thus the efficiency of measurements can be increased and a reduction of the number of prototypes is possible.

In a subsequent step, the validated methodology of calculating the sound radiation is used to establish design rules for an acoustical optimised rib design at gearbox housings. Therefore parameter studies are carried through. The introduction and application of averaged generalised excitation forces is used to quantify the potential of every mode to radiate sound, independent of the excitation point. Thus it is possible to analyse dependent of the frequency the effectiveness of various rib designs at all resonance frequencies.

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort.....</b>	<b>XI</b>
<b>0. Formelzeichen und Abkürzungen.....</b>	<b>XII</b>
<b>1. Einleitung.....</b>	<b>1</b>
<b>2. Stand der Technik.....</b>	<b>4</b>
2.1 Optimierung der Modalanalyse und der Response Analyse.....	4
2.2 Bewertung der Randelementmethode.....	6
2.3 Akustisch orientierte Strukturoptimierung.....	8
<b>3. Aufgabenstellung .....</b>	<b>11</b>
<b>4. Grundlagen der Simulation .....</b>	<b>13</b>
4.1 Die Modalanalyse.....	13
4.2 Die Frequenzganganalyse.....	15
4.2.1 Definierte Anregungskräfte.....	16
4.2.2 Gemittelte generalisierte Anregungskraft.....	17
4.3 Die direkte Randelementmethode BEM .....	19
4.3.1 Die Helmholtz-Gleichung .....	19
4.3.2 Randintegralgleichungen .....	24
4.3.3 Die direkte Methode der Randelemente.....	26
4.3.4 Gaußsche-Quadratur für triangulare Flächen.....	28
4.3.5 Conjugate Gradient Squared Solver (CGS).....	30
4.3.6 Berechnung der Schallkenngrößen .....	31
<b>5. Grundlagen der experimentellen Modalanalyse .....</b>	<b>34</b>
5.1 Parameterbestimmung und -auswahl.....	34
5.2 Frequency Polyreference Residue Technique .....	36
<b>6. Vergleichs- und Bewertungstechniken.....</b>	<b>40</b>
6.1 Auftrennung der Berechnungskette .....	40
6.2 MAC- und NMD-Wert.....	42
6.3 Vergleich von Pegelgrößen .....	43
<b>7. Validierung der Berechnungsmethoden.....</b>	<b>45</b>
7.1 Die Referenzgehäuse .....	47

---

7.2	Erstellung der Finite-Element-Modelle .....	48
7.3	Allgemeine Messparameter.....	52
7.4	Modalanalyse.....	56
7.4.1	Korrelation der Moden.....	56
7.4.2	Vergleich der Eigenfrequenzen.....	61
7.4.3	Einfluss von Geometrieabweichungen beim NKWG-Gehäuse .....	63
7.4.4	Dämpfungen.....	65
7.5	Frequenzganganalyse .....	67
7.5.1	Vergleich der Antwortspektren .....	68
7.5.2	Streubilder (Scatterplots).....	72
7.5.3	Statistische Auswertung der mittleren Geschwindigkeitspegel .....	74
7.6	Schallabstrahlung .....	77
7.6.1	Aufbau der Boundary-Element-Modelle .....	78
7.6.2	Schalldruck an der Strukturoberfläche .....	83
7.6.3	Schallintensitäten an externen Flächen.....	91
7.6.4	Schallleistung nach DIN 45 635-23 .....	95
7.7	Zusammenstellung der wesentlichen Ergebnisse aller .....	
	Validierungsstufen .....	99
7.8	Schlussfolgerungen aus der Validierung .....	104
<b>8.</b>	<b>Erarbeitung von Gestaltungsrichtlinien für Versteifungsrippen zur</b> <b>Geräuschreduktion.....</b>	<b>107</b>
8.1	Modelle .....	107
8.2	Reduktion der Schallleistung, betrachtet über den gesamten .....	
	Frequenzbereich.....	110
8.3	Frequenzspezifische Effektivität von Verrippungen .....	114
8.4	Übertragbarkeit der Studie auf reale Gehäusestrukturen .....	120
8.5	Gestaltungsrichtlinien.....	122
<b>9.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick.....</b>	<b>124</b>
<b>10.</b>	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>127</b>

---



---

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Assistent im Labor für Strukturmechanik und Akustik der Hochschule Ulm in der Zeit von 2002 bis 2006.

Besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr.-Ing. Klaus Augsburg von der Technischen Universität Ilmenau für die bereitwillige Übernahme der Betreuung der Promotion. Die konstruktive und konsequente Zusammenarbeit, vom Eignungsfeststellungsverfahren bis zur Abgabe, war, auch aufgrund der räumlichen Distanz, von entscheidender Bedeutung für das erfolgreiche Gelingen. Herrn Dr.-Ing. Klaus Kelkel danke ich für die bereitwillige Übernahme des Gutachteramtes sowie aller damit verbundenen Mühen.

Der Firma ZF Friedrichshafen AG danke ich für die angenehme Zusammenarbeit und für die engagierte Hilfe und Unterstützung, ohne die vieles nicht möglich gewesen wäre. Weiterhin danke ich der DaimlerChrysler AG für die kurzfristige Bereitstellung von Modellen und allen Mitarbeitern des Labors für Strukturmechanik und Akustik für ihre wertvollen Beiträge und Anregungen.

Einen außerordentlich herzlichen Dank möchte ich Herrn Professor Dr.-Ing. Bernd Wender, Leiter des Labors für Strukturmechanik und Akustik der Hochschule Ulm, aussprechen. Er ist nicht nur der Initiator, er ist auch verantwortlich für den gesamten Verlauf und den Erfolg dieser Arbeit. In freundschaftlicher Weise stand er mir stets zur Seite.

Meiner Frau Carmen danke ich für ihre Liebe und Unterstützung, die mir immer wieder eine Motivation waren.

Ulm, im Mai 2006

Bernd Graf

---

## 0. Formelzeichen und Abkürzungen

### Lateinische Buchstaben:

Zeichen:	Bedeutung:	SI-Einheit:
$\{A_r\}$	Komplexer Eigenvektor	m
B	Innenraum	m <sup>3</sup>
$\overline{B}$	Außenraum	m <sup>3</sup>
b	Rippenbreite	mm
c	Viskose Dämpfung	Ns/m
c	Schallgeschwindigkeit	m/s
c <sub>c</sub>	Viskose Dämpfung beim aperiodischen Grenzfall	Ns/m
C	Ortsabhängige Konstante	1
[C]	Viskose Dämpfungsmatrix	Ns/m
E	E-Modul	N/mm <sup>2</sup>
f(t)	Zeitveränderliche Kraft	N
{f}	Residuumvektor	
G	Greensche Funktion	1/m
h	Rippenhöhe	mm
i	Imaginärteil	$\sqrt{-1}$
J	Anzahl der Antwortmesspunkte	
I	Schallintensität	W/m <sup>2</sup>
I	Einheitsmatrix	1
I	Massenträgheitsmoment	cm <sup>4</sup>
k	Kreiswellenzahl	1/m
k <sub>r</sub>	Generalisierte (modale) Steifigkeit	N m
K	Anzahl der Referenzaufnehmer	
K <sup>R</sup>	Residuensteifigkeit	N/m
[K]	Steifigkeitsmatrix	N/m
m <sub>r</sub>	Generalisierte (modale) Masse	kg m <sup>2</sup>
M <sup>R</sup>	Residuenmasse	kg
[M]	Massenmatrix	kg
N	Formfunktion	
L	Pegel	dB
l	Körperschallwellenlänge	m
p	Druck	N/m <sup>2</sup>
P	Schallleistung	W
q(t)	Generalisierte (modale) Antwort	1
r <sub>r</sub>	Generalisierte (modale) Kraft	N m



---

$r_{r \text{ Avg}}$	Gemittelte generalisierte (modale) Kraft	N m
R	Residuum	
S	Fläche, Messflächeninhalt	m <sup>2</sup>
s	Standardabweichung	dB
t	Zeit	s
t	Wandstärke	mm
V	Volumen	m <sup>3</sup>
w	Testfunktion / Fensterfunktion	
$\bar{x}$	Mittelwert	dB
x(t)	Zeitveränderliche Auslenkung	m
X	Zeitunabhängige Antwortamplitude	m

### Griechische Buchstaben:

$\alpha_k$	Koeffizient für die Skalierung von Ansatzfunktionen	1
$\delta$	Dreidimensionale Deltafunktion	1
$\varepsilon$	Proportionalitätskonstante für die Steifigkeitsmatrix	1
$\varepsilon$	Radius	m
$\eta$	Modale Dämpfung	
$\rho$	Dichte, volumenspezifische Masse	kg/m <sup>3</sup>
$\nu$	Proportionalitätskonstante für die Massenmatrix	1
$\nu$	Geschwindigkeit (Körperschall-, Luftschallschnelle)	m/s
$\sigma$	Spannungstensor	N/m <sup>2</sup>
$\Omega$	Kreisfrequenz	1/s
$\omega_r$	Eigenkreisfrequenz	1/s
$\omega_r^2$	Eigenwert	1/s <sup>2</sup>
$\xi$	Lehrsches Dämpfungsmaß	1
$\xi_1, \xi_2, \xi_3$	Achsen des triangularen Koordinatensystems	1
$\xi_r$	Modales viskoses Dämpfungsmaß	1
$\gamma$	Normierungsfaktor für die Eigenformen	1
$\chi$	Adiabatenexponent	1
$\{\psi_r\}$	r-te Eigenform	m
$\{\phi_r\}$	Massennormalisierter r-ter Eigenvektor	m
$[\Phi_r]$	Modalmatrix	m
$\Phi$	Geschwindigkeitspotential	m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
$\phi_k$	Ansatzfunktion für das Geschwindigkeitspotential	m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
$\Delta$	Laplace-Operator	1/m <sup>2</sup>
$[\ell]$	Generalisierte Dämpfungsmatrix	Nsm

---

---

## Sonstige Zeichen

$\{\}$	Spaltenvektor, -matrix
$[]$	$N \times M$ Matrix
$\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$	Diagonale $N \times N$ Matrix
$T$	Transformation
$j$	Index für den Antwortknoten
$k$	Index für den Referenz- und Anregungsknoten
$n$	In Normalenrichtung abgeleitete Größe
$r$	Nummer der zugehörigen Eigenfrequenz
$0$	Ruhegröße, statischer Anteil, Bezugsgröße
$\Lambda$	Rechnerisch, analytisch ermittelte Größe
$X$	Experimentell ermittelte Größe
$*$	Gesamtgröße (dynamischer + stationärer) Anteil
$*$	Konjugiert komplexe Größe
$\wedge$	Komplexe Amplitude
$\sim$	Approximierte Größe
$-$	Mittelwert

## Abkürzungen

BEM	Randelementmethode (Boundary-Element-Methode)
CMP	Zugeordnetes Eigenformenpaar (Correlated Mode Pair)
DOFs	Freiheitsgrade (Degree of Freedoms)
EMA	Experimentelle Modalanalyse
FRF	Übertragungsfunktion (Frequency Response Function)
HAG	Hinterachsgetriebe
MAC	Modal Assurance Criterion
MDOF	Multiple Degree of Freedom
MIMO	Polyreferenztechnik (Multiple Input Multiple Output)
NKWG	Nutzkraftwagen-Getriebe
NMD	Normalised Modal Difference
OPG	Ovales Prinzip-Getriebegehäuse
SDOF	Single Degree of Freedom

## 1. Einleitung

Die steigenden Komfortansprüche der Kunden und die Bemühungen des Gesetzgebers, insbesondere die Geräuschabstrahlung von Lkw zu reduzieren, zwingen schon seit vielen Jahren die Fahrzeughersteller und deren Zulieferer zur drastischen Senkung der Lärmemission ihrer Produkte. Allein um die gesetzlichen Vorgaben einhalten zu können, sind enorme Anstrengungen notwendig. Denn seit Anfang der 70er Jahre wurden die zulässigen Grenzwerte für Lkw der Leistungsklasse über 150 kW schrittweise von 92 dB(A) auf heute 80 dB(A) und bei Pkw von 84 dB(A) im Jahre 1970 auf nunmehr 74 dB(A) gesenkt [43]. Dies entspricht einer Reduzierung des Schalldruckes auf ein Viertel bzw. auf ein Drittel. Eine weitere Absenkung um 4-6 dB wird von verschiedenen Organisationen gefordert und auch für technisch realisierbar erachtet, so dass langfristig von einer weiteren Reduzierung der zulässigen Lärmemission auszugehen ist.

In den letzten drei Jahrzehnten wurde deshalb im Automobilsektor sehr viel Forschungs- und Entwicklungsarbeit geleistet, um die Schallabstrahlung der größten Lärmquellen zu verringern [50]. Hierbei sind vor allem der Motor und die Reifen zu nennen, durch deren akustische Optimierung ein großes Verbesserungspotenzial ausgeschöpft werden konnte. Durch diese Reduzierung treten nun jedoch weitere Fahrzeugkomponenten, allen voran das Getriebe, aber auch viele Nebenaggregate, akustisch mehr in den Vordergrund, so dass eine weitere Reduzierung des Gesamt-Fahrzeuglärms nur möglich ist, wenn diese einstmals „zweitrangigen“ Schallabstrahler in den Optimierungsprozess eingebunden werden. Das Getriebe nimmt hierbei eine wichtige Stellung ein, auch weil das Getriebegehäuse, vor allem bei Nutzfahrzeugen, durch seine relativ große Oberfläche bei gleichzeitig geringer Wandstärke zum Schwingen und somit verstärkt zur Schallabstrahlung neigt.

Die Geräuschemission von Getriebegehäusen ist jedoch nur zu einem kleinen Teil auf Eigenanregungen des Getriebes selbst zurückzuführen, welche durch Zahnprofilfehler und nicht konstante Zahnsteifigkeit entstehen und über die Wellen und Lager auf das Gehäuse übertragen werden, wodurch dieses zu Schwingungen angeregt wird [75]. Der größte Anteil der Gehäuseschwingungen wird nach Steffens [70] durch Anregungen des Motors hervorgerufen, die über die Kupplungsglocke auf das Getriebe übertragen wurden. 35 % der Lärmemission des Gesamtsystems Motor-Getriebe lassen sich auf motorinduzierte Getriebegeräusche zurückführen, während weniger als 5 % vom Getriebe selbst hervorgerufen werden. Das Getriebegehäuse stellt somit das schallabstrahlende Endstück von sehr komplexen Körperschallpfaden dar.

Aus dieser Schlüsselstellung des Getriebegehäuses resultiert, dass eine weitere effektive Verminderung des Getriebebelärms nicht nur durch eine Reduzierung der Anregungskräfte in Motor und Getriebe erreicht werden kann, sondern dass das Getriebegehäuse selbst

bezüglich seiner Schallabstrahlungsneigung zu verbessern ist. Die Einbindung eines zusätzlichen Optimierungsschrittes in den Entwicklungsprozess wird jedoch nur dann akzeptiert, wenn dessen zeitliche und finanzielle Effizienz gewährleistet werden kann. Um die Zeitspanne bis zur Marktreife des Produktes und die damit verbundenen Kosten durch die Verbesserung der Strukturdynamik von Gehäusen nicht überproportional anwachsen zu lassen, können hierfür rein experimentelle Lösungsansätze nicht angewandt werden. Da Messungen in der Dynamik und Akustik nicht nur durch einen sehr hohen Zeitaufwand und den Einsatz von umfangreicher moderner Messtechnik gekennzeichnet sind, sondern zudem das Vorhandensein eines Prototypen voraussetzen, ist eine Reduzierung oder gar eine Vermeidung von Messungen ein primäres Ziel, welches nur mit quantitativ aussagekräftigen Simulationen erreichbar ist.

Für die Simulation von Schallabstrahlungsproblemen in den Außenraum hat sich in den letzten Jahren die Randelementmethode (BEM) durchgesetzt. Ausschlaggebend hierfür war vor allem, dass gegenüber Berechnungen mit akustischen Finiten Elementen nur die Kontaktfläche zwischen Struktur und Fluid zu vernetzen ist, wodurch die Anzahl der erforderlichen Freiheitsgrade stark reduziert wird. Zudem ist die Randbedingung für die Schallabstrahlung ins Unendliche vollständig in der Formulierung enthalten. Bei der Entwicklung von akustisch relevanten Fahrzeugkomponenten werden deshalb häufig entwicklungsbegleitend Boundary-Element-Analysen durchgeführt, um die zu erwartende Geräuscentwicklung von möglichen Geometrievariationen gegenüberzustellen und vergleichend zu bewerten. Obwohl an akademischen Beispielen [84 et al] und an praxisnahen Strukturen [75 et al] eine zufriedenstellende Genauigkeit der BEM nachgewiesen wurde, ist noch sehr viel Forschungsarbeit gefordert, um absolute Aussagen über die zu erwartenden Schallpegel bei Neuentwicklungen treffen zu können und damit die erforderliche Anzahl an Messungen für Model-Updateings zu minimieren und Prototypen einzusparen.

Die bisher nicht zufriedenstellende quantitative Aussagekraft von Schallabstrahlungsberechnungen ist darauf zurückzuführen, dass die BEM immer das letzte Glied der Berechnungskette Modalanalyse - Response Analyse - Akustikanalyse ist. Die Fehler jedes Berechnungsschrittes summieren sich deshalb in der BEM. Zur Identifizierung und zur Optimierung der Eingangsparameter der gesamten Kette, welche die größten Abweichungen bei der Schallabstrahlungsberechnung hervorrufen, sind umfangreiche Messungen und Rechnungen bei jedem Simulationsschritt notwendig. Um die experimentell und rechnerisch ermittelten Daten vergleichen zu können, sind nicht nur angepasste, selektierende Schnittstellen erforderlich, es muss auch sichergestellt sein, dass sowohl die Messungen als auch die Simulationen mit den gleichen Voraussetzungen durchgeführt werden. Dies ist jedoch nur erreichbar, wenn die Versuchs- und die Berechnungsingenieure theoretische und projektbezogene Kenntnisse des jeweils anderen Bereichs besitzen, oder im Idealfall Versuche und Simulationen von einer Person durchgeführt

werden. Diese Forderung ist jedoch oft schwer zu realisieren, da viele Firmen diese Aufgaben unterschiedlichen Bereichen oder Abteilungen zuweisen oder auch extern vergeben [38].

Um eine ausreichende Effizienz der Lärmreduktion im Entwicklungsprozess zu erreichen ist es nicht ausreichend, die quantitative Aussagekraft von Schallabstrahlungsberechnungen zu kennen und zu optimieren. Wegen des hohen Aufwandes für die Durchführung der kompletten Schallabstrahlungsberechnungskette ist es zudem notwendig, die erforderlichen Iterationsschritte hin zur optimalen Gehäusestruktur zu reduzieren. Um die beste Gehäusegeometrie zu finden, gibt es bisher noch keine automatisierten Optimierungsroutinen. Hierfür wären intelligentere Vernetzungsalgorithmen und viel mehr Rechenleistung notwendig. Der Ingenieur kann deshalb für die Beschleunigung der Lösungsfindung außer auf die Erfahrung aus vorangegangenen Iterationsschleifen und Projekten nur auf Parameterstudien zurückgreifen. Diese sollten jedoch möglichst allgemeingültige Tendenzen wiedergeben, die aus vielen Analysen gewonnen wurden. Moderne Rechner und Vernetzungsroutinen ermöglichen es heute, vorhandene Studien auszubauen und deren Allgemeingültigkeit zu erhöhen.

Betrachtet man die momentane und die in Zukunft zu erwartende Relevanz der Schall-emission von Getriebegehäusen, ist es von entscheidender Bedeutung, den Prozess der Schallberechnung effizienter zu gestalten, um die Wirtschaftlichkeit der Produktentwicklung auch weiterhin gewährleisten zu können. Die wichtigsten ersten Schritte für eine Entwicklung in diese Richtung sind in der Validierung und quantitativen Beurteilung der BEM und in Methoden zur strukturellen Optimierung der Gehäuse zu suchen. Die vorliegende Arbeit soll hierzu einen konstruktiven Beitrag leisten.

## 2. Stand der Technik

Das für den Anwender zusammenhängend zu betrachtende Themengebiet der Effektivitäts- und Effizienzabschätzung von Methoden zur Berechnung und Reduzierung der Schallabstrahlung von Gehäusestrukturen ist in der Literatur in drei Teilgebiete unterteilt, welche meistens nur getrennt voneinander untersucht werden. Ein Großteil der Publikationen dieses Themenbereichs konzentriert sich auf die Evaluierung und Optimierung der Modalanalyse, teilweise in Verbindung mit der Frequenzganganalyse. In einer Reihe von Veröffentlichungen steht die Bewertung der Randelementmethode im Vordergrund des Interesses. Das Themengebiet der Geometrieoptimierung hinsichtlich der Reduzierung der Lärmemissionen wird hingegen nur von einzelnen Autoren systematisch behandelt.

### 2.1 Optimierung der Modalanalyse und der Response Analyse

Um die Strukturdynamik von Fahrzeugen bzw. Baugruppen von Fahrzeugen möglichst genau mit FE-Modellen abzubilden, sind mehrere grundsätzliche Forschungsschwerpunkte in der Literatur erkennbar.

Einerseits wird der Ansatz verfolgt, durch Model-Updating die Qualität der Modelle der einzelnen Bauteile zu verbessern, damit nach dem Zusammenbau mit anderen Komponenten die gesamte Baugruppe das strukturdynamische Verhalten möglichst exakt wiedergibt bzw. von prinzipiellen Verhaltensweisen des Einzelteils auf die des Endproduktes geschlossen werden kann. Bais, Gupta, Nakra et al. [1] definieren Model-Updating als das Korrigieren von einzelnen Parametern durch Verwendung von experimentellen Daten, so dass das Modell die dynamischen Eigenschaften der untersuchten Struktur korrekt beschreibt. Sie unterteilen die Model-Updating Methoden in direkte Matrix-Methoden, bei denen die Massen- und Steifigkeitsmatrizen optimiert werden, und in indirekte, iterative Methoden, welche mittels Sensitivitätsmatrizen einzelne Parameter wie z.B. E-Modul, Dichte, Dämpfung, etc. lokal verändern, um die Abweichung zur Messung zu minimieren. Beim Vergleich der direkten Baruch und Berman Methoden mit der indirekten Bayesian Parameter Estimation Technique wurden, an einem Beispiel mit wenigen DOFs, die Eigenfrequenzen bei allen Updating-Methoden sehr genau wiedergegeben, und auch bei den Eigenformen ist keine Methode den anderen eindeutig überlegen.

Weil bei indirekten Methoden nur an einem Bruchteil der beim FE-Modell vorhandenen Freiheitsgrade Messungen durchzuführen und die Ergebnisse physikalisch besser interpretierbar sind, wird von Schedlinski, Wagner, Staples et al. [59], [58], [79], [54], [57], [55], Link, Staples, Göge et al. [37], [38], Brughmans, Leuridan, Blauwkamp [9], Zehn, Schmidt [85] und Okuma [48], aufgrund der untersuchten großen Modelle, indirektes

Updating durchgeführt. Auf diese Weise erreichen Schedlinski, Wagner, Bohner et al. [59] [79] bei einer Rohkarosse mit 130000 Schalenelemente bei den ersten 13 korrelierten Eigenformen (CMPs) eine Reduzierung der Streuung der Eigenfrequenzen von 3,10 Hz auf 1,09 Hz und eine Erhöhung des mittleren MAC-Wertes von 76,8 % auf 89,2 %. Hierfür wurden Bereiche mit große Parameteränderungen identifiziert, diese mit Hilfe der CAD-Daten und der realen Geometrie remodelliert und darauf basierend weitere Anpassungsläufe durchgeführt. Mit der gleichen Methodik erreichen Schedlinski, Staples [58] an einem Bypass-Kanal mit 2000 Schalenelementen bei den ersten 6 CMPs eine Verbesserung der Korrelation zwischen Messung und Rechnung von 7,4 Hz, 80,6 % auf 0,72Hz, 83,5 %. Eine vergleichbare Verbesserung der Korrelationskennwerte erzielen Brughmans, Leuridan, Blauwkamp [9] bei einer symmetrischen Rohkarosse mit 8336 überwiegend Schalenelementen durch die Anpassung von 11 Parametern, und Zehn, Schmidt [85] erreichen dies bei einem Motorblock aus Schalenelementen mit 49151 DOFs. Letztgenannte optimieren zudem das Eingangsmodell durch Anpassung der Starrkörpereigenschaften: Masse, Schwerpunkt und Massenträgheitsmomente. Okuma [48] verwendet zwar nur die Eigenfrequenzen zur Bestimmung des Korrelationsgrades eines Pleuels, jedoch werden digitalisierte Geometrien dem FE-Modell zugrunde gelegt und ein Updating der E-Moduln jedes Finiten Elements durchgeführt. Bei der gesamten Baugruppe wird mit diesem Verfahren die mittlere Frequenzabweichung auf 0,71 % reduziert.

Zusätzliche Vergleiche der Frequenzgänge von optimierten FE-Modellen werden von Schedlinski, Seeber [55], [54], [57] und Link, Staples, Göge et al. [38], [37] an verschiedenen Objekten der Luftfahrt- und Kraftfahrzeugtechnik vorgenommen, mit zueinander ähnlichen Resultaten. Vergleichbar mit denen in dieser Dissertation ausgewählten Referenzobjekten ist in Schedlinski, Seeber [57] ein Kfz-Getriebegehäuse mit Getriebegehölke aus insgesamt 16833 Elementen im Frequenzbereich bis 2000 Hz. Nach der computerunterstützten Modellanpassung konnten am Getriebegehölke und an der Gölke jeweils neun Eigenformen und am Zusammenbau 14 CMPs einander zugeordnet werden, mit einer Verbesserung der mittleren Korrelation auf 1,55 Hz, 85,0 % bzw. 0,78 Hz, 91,9 %. Hierfür war jedoch beim Model-Updating eine physikalisch nicht mehr interpretierbare, bereichsweise Anpassung des E-Moduls um teilweise über 100 % notwendig. In einem weiteren Schritt wurden die modalen Dämpfungsparameter angepasst. Bei der grafischen Gegenüberstellung der resultierenden Frequenzgänge mit der Messung ist eine hohe Übereinstimmung der gemittelten Amplitudenverläufe erkennbar.

Eine andere angewandte Herangehensweise, um ein strukturdynamisches Abbild von Baugruppen zu erhalten, besteht darin, dass ein komplettes FE-Modell mit allen Innen- und Anbauteilen aufgebaut und mit möglichst realen Kräften angeregt wird. Der Schwerpunkt wird hier auf die Anregungsmechanismen durch die Innenteile gelegt,

während die Güte des Gehäusemodells nicht Gegenstand der Optimierung ist. Eigenfrequenzabweichungen der FE – Modelle von maximal  $\pm 10 \%$  werden hiermit erreicht und für die Validierung des Modells als hinreichend erachtet, um physikalische Vorgänge oder Zustände im Zusammenbau zu visualisieren, die dem Experiment oft nur schwer zugänglich sind. Müller [42] verifiziert mit dieser Methodik das Modell einer Axialkolbenpumpe mit 3.800 Elementen bis 4 kHz und baut darauf weiterführende numerische Untersuchungen auf. Steffens, Gold, Pischinger et al. [70], [50], [20] weisen bis 3 kHz die Gültigkeit eines Motor-Getriebemodells aus 44.000 Elementen auch mit Hilfe der experimentell ermittelten Eigenfrequenzen und einem qualitativen Vergleich der Eigenformen nach, zusätzlich stellen sie jedoch Transferfunktionen der Einzel- und Gesamtmodelle in einem Diagramm gegenüber. Der tendenzielle Amplitudenverlauf wird dabei als gut bewertet, wobei die gesamte Motor-Getriebebaugruppe bei höheren Frequenzen Abweichungen erkennen lässt. Die berechneten Terzspektren der Körperschallkenngrößen dieses ZF-Getriebes S6-36, welches das Vorgängergetriebe des in dieser Arbeit verwendeten ZF-Getriebegehäuses 6S850 ist und deshalb einen weitgehend vergleichbare Geometrie besitzt, weichen dabei um bis zu ca. 7 dB von der Messung ab. Ausgehend von dieser Analyse der Anregungsvorgänge sowie des Strukturübertragungsverhaltens entwickelt Steffens [70] Optimierungsansätze, die das akustische Verhalten des Antriebsaggregates verbessern.

Gangbare, rein numerische Wege der Modellierung des dynamischen Verhaltens von kompletten Getrieben, ohne Model-Updating, werden von weiteren Autoren beschrieben. Während Hackenbroich [23] mit der nichtlinearen Parameteranregung im Zeitbereich und einer Modellgröße von 30.000 Elementen arbeitet, verwenden Soeiro, Teodoro, Gerges et al. [67] lineare Ansätze für das Getriebemodell (8751 Elemente), um Untersuchungen zur Schallentstehung und Schallübertragung durchzuführen. Vergleiche mit experimentellen Ergebnissen werden in diesen Arbeiten nicht angegeben.

## **2.2 Bewertung der Randelementmethode**

Veröffentlichungen, die eine Bewertung der Randelementmethode vornehmen, lassen sich nach der Komplexität der untersuchten Objekte gliedern. Die einfachste und exakteste Evaluierung ermöglicht eine pulsierende Kugel. Aufgrund der Existenz einer geschlossenen Lösung für das nach außen abstrahlende Schallfeld eines Kugelstrahlers 0. Ordnung kann die Genauigkeit der Simulationsmethodik exakt bestimmt werden. Schenk [60] quantifiziert den maximalen relativen Fehler der BEM auf 0,3 %. Koopmann, Brenner [33] erreichen eine annähernd hohe Genauigkeit an einer Kugel mit 60 Elementen, indem sie unterschiedliche Näherungsfunktionen bei der numerischen Integration für das Nah- und Fernfeld verwenden, wodurch die CPU-Zeit deutlich reduziert wird. Durch die größere verfügbare Rechenleistung konnten Wender, Kelkel, Weber



[84] 1992 mit einer viel feineren Diskretisierung der Kugeloberfläche die maximale Abweichung zur analytischen Lösung auf 0,11 % verringern.

Die nur noch numerisch berechenbaren Schallfelder von dünnen Platten werden infolgedessen experimentellen Ergebnissen gegenübergestellt. Suzuki, Imai, Ishiyama [73] verwenden als Basis für eine gekoppelte FEM/BEM-Rechnung an einer elastisch aufgehängten Platte die Moden und Eigenfrequenzen der experimentellen Modalanalyse. Der Schalldruck der Simulation in 600 mm Entfernung weicht im Frequenzbereich der ersten neun Moden im Mittel um ca. 2-3 dB von der Messung ab. Svígler, Rinder, Pasek et al. [74] verwenden mittels FEM berechnete Eigenformen/-frequenzen und gemessene modale Dämpfungen als Ausgangsgrößen für die Schallleistungsberechnung und vergleichen diese mit Messungen nach ÖNORM S5036. Der hohe mittlere MAC-Wert der ersten 27 CMPs von 92,8 % bietet hier zwar eine gute Basis für die folgenden Berechnungsschritte. Die teilweise relativ hohen Abweichungen von bis zu ca. 8 dB führt der Autor jedoch auf die Erhöhung der Gesamtmasse um 1 % durch die Erreger-Zusatzmasse zurück, die bei der rechnerischen Modalanalyse nicht berücksichtigt wurde, und auf den vernachlässigten Korrekturfaktor für den Raumeinfluss bei der Messung. Die gleiche Vorgehensweise wird von Richter, Biermann, Gonska [53] für die Berechnung der Schallabstrahlung von geometrisch vermessenen Blechen mit Sicken angewandt. Bei einer qualitativen Gegenüberstellung mit Messergebnissen wird an einer halbkugelförmigen Hüllfläche bei einer ausgesuchten Frequenz demonstriert, dass eine vergleichbare Schallintensitätsverteilung erreicht werden kann. Oswald, Seybert, Wu et al. [49] bewerten die Randelementmethode an einer Platte, welche die Oberseite eines quaderförmigen einstufigen Getriebes ist. Für die Schallintensitätsberechnung in 75 mm Entfernung werden als Eingangsgrößen die Geschwindigkeiten einer Betriebsschwingungsanalyse verwendet, so dass die Schallsimulation im Vergleich zu den vorangegangenen Publikationen ausschließlich auf gemessenen Größen beruht. Der Vergleich des Schallleistungsspektrums bis 3200 Hz mit den Ergebnissen der Messung mittels einer Zweimikrofon-Schallintensitätssonde ergibt eine Streuung von 2,4 dB und eine Mittelwertsabweichung der Simulation von -3 dB.

Eine Validierung der Randelementmethode an Fahrzeugkomponenten wird u.a. von Estorff [15] vorgenommen, indem er für den Schalldruck an einem Motorblock im gesamten Frequenzbereich bis 2400 Hz eine hohe qualitative Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen erzielt. Wender, Kelkel, Weber [84] vergleichen die Schallabstrahlung eines unverrippen Getriebekastens aus Schalenelementen und eines aufwendig modellieren Pkw-Schaltgetriebegehäuses ohne Innenteile mit 36036 Elementen bis 4000 Hz. Obwohl nur die experimentell ermittelten modalen Dämpfungen in die Berechnung einfließen, ist bei der jeweils dominierenden Resonanzfrequenz eine gute Übereinstimmung mit der Messung erkennbar. Zum Vergleich wird die Schalldruck- und Schallintensitätsverteilung an 35 Messstellen in 50 mm Abstand grafisch gegenüberge-

stellt. Mit der gleichen Systematik wurde von Estorff, Brüggemann, Irrgang et al. [16] eine umfassendere Bewertung der indirekten BEM an einem Hinterachsgetriebegehäuse durchgeführt. Bei fünf der insgesamt 21 simulierten Eigenfrequenzen des Referenzmodells mit 4174 Elementen wurde die Schallleistung berechnet. Beim realen Objekt wurde diese durch Schallintensitätsmessungen an externen, das gesamte Gehäuse umgebenden Hüllflächen ermittelt. Die durchschnittliche Abweichung der Schallleistungspegel liegt hier bei 3,72 dB, während der berechnete Gesamtpegel bis auf 0,1 dB mit der Messung übereinstimmt.

Die Innenteile werden von Kato, Inoue, Shibata et al [31] bei einem einstufigen und von Tanaka, Houjoh, Mutoh et al. [75] bei einem zweistufigen Getriebe in die Simulation und deren Bewertung mit einbezogen. Ein Schwerpunkt liegt hier jedoch auf der Modellierung der dynamischen Eigenschaften der Lager und Zahnräder, welche auch die größten Fehlerquellen darstellen, so dass ein Großteil der Abweichungen des berechneten Schalldrucks auf diese Ursachen zurückzuführen ist. Die Gehäuse stehen nicht im Zentrum der Untersuchung und werden infolgedessen auch sehr grob, aus nur ca. 800 Elementen aufgebaut. Kato, Inoue, Shibata et al. [75] zeigen anhand experimentell und rechnerisch ermittelter Frequenzgänge, dass die Schallleistung bei den Zahneingriffsfrequenzen sehr genau berechnet werden kann, jedoch die Pegel bei allen anderen Frequenzen um ca. 10 dB zu niedrig sind. Bei diesem Beispiel ist die Zahneingriffsfrequenz so dominierend, dass der Gesamtschallpegel nur um 1,8 dB zu niedrig ist. Tanaka, Houjoh, Mutoh et al. [75] hingegen vergleichen nur die Schalldruckpegel bei der Zahneingriffsfrequenz, variiert diese jedoch zwischen 250 und 500 Hz, wie es bei Fahrzeuggetrieben im Betrieb aufgrund variabler Motordrehzahlen auftritt. Nach Einführung eines frequenzabhängigen Übertragungsverhaltens von der Welle zum Lagergehäuse spiegelt die Simulation das gemessene Frequenzspektrum tendenziell wider, lokale Abweichungen bis zu 10 dB verbleiben jedoch, während der mittlere Schalldruckpegel zufrieden stellend ist.

## **2.3 Akustisch orientierte Strukturoptimierung**

Die akustische Optimierung von Fahrzeugkomponenten ist immer ein iterativer Prozess, der jedoch nicht im Sinne einer Black-Box-Anwendung erfolgen kann. Unabhängig vom angewandten Verfahren sind hierfür Kenntnisse über mechanisch-physikalische Zusammenhänge zur erfolgreichen und zeitsparenden Anwendung unerlässlich.

Qualitative Abschätzverfahren auf der Grundlage geschlossener Lösungen bei Platten wie z.B. das Expertensystem ATHENA der Forschungsvereinigung Antriebstechnik (Hirsch, Kollmann [27], Bock [5], Kollmann [32], Storm [71]) stellen deshalb Datenbanken mit theoretischen Grundlagen und praktischen Erfahrungen als Wissensbasis zur Verfügung, um die vielversprechendsten Maßnahmen für spezifische Aufgabenstellungen zu finden. Diese Systeme basieren auf der Maschinenakustischen Grundgleichung

[32] und berücksichtigen sowohl die Anregungsmechanismen als auch Verrippungen von Gehäuseteilen. Die Vorteile liegen hierbei in den kurzen Berechnungszeiten und der einfachen Bedienung. Das Verfahren stimmt jedoch nur im quasistatischen Bereich mit der exakten Lösung überein. Im Eigentonbereich geht durch die energetische Mittelung die Information über die einzelnen Resonanzen verloren. Zudem ist das Gehäuse mit Platten nachzubilden, so dass bei akustisch vorteilhaften, runden Formen große Ungenauigkeiten des Verfahrens in Kauf genommen werden müssen.

Eine experimentelle Vorgehensweise zur Körperschallreduktion durch Strukturoptimierung, unter Einbeziehung der experimentellen Modalanalyse und Luftschallfeldmessungen, wird von Schösser [62] angewandt. Durch lokale Verrippungsmaßnahmen an den am stärksten schallabstrahlenden Bereichen eines Stirnradgetriebes wird damit eine Reduzierung des arithmetisch gemittelten Körperschallmaßes um 1,5 dB bei nur 2 % Masseerhöhung bzw. 4,4 dB bei 8,2 % Gewichtszunahme erreicht. Die Terzspektren lassen dabei erkennen, dass bei der schwachen Verrippung unterhalb von 2 kHz keine Pegeländerung, sondern nur eine Erhöhung der Resonanzfrequenzen stattfindet, während bei stärkerer Verrippung diese „Übergangsfrequenz“ auf 1,2 kHz sinkt.

Optimierungsverfahren auf Basis von FEM/BEM-Simulationen sind zwar rechenintensiv, sie reduzieren jedoch die durchzuführenden Messungen auf ein Minimum. Um eine Verlängerung der Entwicklungszeiten zu vermeiden, wurden die Akustikberechnungen von Schwaderlapp, Wolff, Wolschendorf et al. [63], [64] in den Entwicklungsprozess integriert und so rationalisiert, dass diese parallel zu konventionellen Arbeiten durchgeführt werden können. Am Beispiel eines Motorblocks wird demonstriert, wie mit Hilfe von experimentellen Modalanalysen, Schallintensitätsmessungen an Einzelteilen und Bewertungen von Neukonstruktionen durch Vergleich der Simulationen mit Datenbankinformationen eine Minimierung der Körperschallweiterleitung an kritischen Struktur- und Frequenzbereichen erreicht werden kann. Durch diese systematische Vorgehensweise konnte mit Hilfe gezielter Geometriemodifikationen eine Schallreduktion von 4-6 dB erreicht werden, bei einer Massenerhöhung von nur 2 %. An Getriebegehäusen erreichen Schneider, Quintenz [61] und Dirschmid, Troidl, Kunert et al. [14] mit einer vergleichbaren Methodik wie Schwaderlapp, Wolff, Wolschendorf et al. [63], [64] eine deutliche Senkung der Schallkennwerte durch gezielte lokale Verrippungen. Wie bei Schösser [62] ist auch hier die Tendenz erkennbar, dass im unteren Frequenzbereich nicht die Schallpegel verringert werden können sondern nur die Eigenfrequenzdichten. Expertenwissen, das für jedes systematische Optimierungsverfahren zur Geräuschreduzierung an Fahrzeugkomponenten unabdingbar ist, setzt sich nicht nur aus Theorie und aus Erfahrungen aus Projekten zusammen, die zur Lösung von speziellen Problemen durchgeführt wurden. Wichtige Informationsquellen stellen, vor allem bei den ersten Iterationsschritten von Neukonstruktionen, allgemeingültige Parameterstudien dar. Um das Lärminderungspotential von Sicken zu bestimmen, wurden deshalb von Richter,

Biermann, Gonska [53] Parameter der Sickengeometrie variiert und der Frequenzgang der Schalldruckpegel, als Antwort auf eine punktuell aufgebrachte Kraft, berechnet. Bei einer Verbreiterung der Sicken wurde hierbei sowohl ein Anstieg der Eigenfrequenzen als auch der Schallabstrahlung festgestellt. Die Höhe der Sicken hat dabei fast keinen Einfluss auf diese beiden Werte, so dass eine Sickenerhöhung zur Steifigkeitssteigerung empfohlen wird. Durch eine gewichtsneutrale Verrippung von eingespannten Platten mit jeweils drei Quer- und drei Längsrippen weisen Plieske, LeCong, Weber [51] nach, dass die Schallleistungspegelabnahme bei der ersten Eigenfrequenz abhängig ist vom Höhe-Breite Verhältnisse der Rippen.

Systematische Untersuchungen an idealisierten, kastenförmigen Getriebegehäusen mit unterschiedlichen Verrippungsarten in Form von Hutprofilen werden von Wender [82], [83], [80], [81] durchgeführt. Mit und ohne Berücksichtigung der Kupplungsglocke werden alle für die Schallabstrahlung relevanten Resonanzfrequenzen bis ca. 2500 Hz untersucht und folgende Gestaltungshinweise abgeleitet: Entspricht die Rippenhöhe der Wandstärke, ist eine Schallleistungspegelabnahme von 2-4 dB zu erwarten bei einer Gewichtszunahmen von ca. 10 %. Werden die Rippen auf das Fünffache der Wandstärke erhöht, kann eine Reduktion von 6-11 dB erreicht werden, wobei je nach Verrippungsart eine Massezunahme von 40-90 % in Kauf genommen werden muss. Eine zusätzliche Pegelabnahme von ca. 3 dB ist durch eine ausgeprägte Verrundung der Kanten möglich. Neben der Variation der Verrippung wurden von Wender auch unterschiedliche Gehäusegrundformen auf ihre Neigung zur Schallabstrahlung untersucht. Hierbei stellten sich besonders Gehäuse mit kugelförmigen Gehäuseteilen als schallabstrahlungsarm und biegesteif heraus, weshalb auch die Anzahl der Eigenformen im betrachteten Frequenzbereich deutlich geringer war.

Die Schallabstrahlung ist abgesehen von der Gehäusegeometrie und der Anregungskraft auch stark vom Anregungsort abhängig. Um die Position der Rippen auf Platten zu optimieren, wurde deshalb von Gold, Schelenz, Daners [19] ein geschlossener Optimierungszyklus realisiert, bei dem, ausgehend vom CAD-Modell, selbstständig alle Berechnungsschritte ausführt und mittels mathematischer Algorithmen die Lage der Rippen auf der Platte neu festgelegt werden. Bei komplexen Gehäusestrukturen sind hierfür jedoch wesentlich höhere Rechenleistungen notwendig und Vernetzungsprogramme, die keine Benutzerinteraktion erfordern.

### 3. Aufgabenstellung

Aus der Literaturlauswertung geht hervor, dass die Schallabstrahlungsberechnung in den Außenraum mittels der Boundary-Element-Methode bisher nur anhand von akademischen Beispielen oder exemplarischen Untersuchungen bewertet wurde. Eine umfangreiche allgemeingültige Validierung der FEM/BEM zur Quantifizierung der Genauigkeit des Verfahrens ist jedoch Grundvoraussetzung, um den zu erwartenden Fehler des Berechnungsverfahrens abzuschätzen. Erst dann ist eine Reduktion von Prototypen/Messungen und somit eine wirtschaftliche akustische Optimierung von Gehäusestrukturen erreichbar. Weiterhin sind hierfür umfangreiche Parameterstudien notwendig, um zuverlässige Gestaltungsrichtlinien für die Konstruktion von lärmarmen Getriebegehäusen aufstellen zu können, die den zeitintensiven Iterationsprozess zur Findung der leiseaten Gehäuseform verkürzen.

Für eine erfolgreiche Validierung von Methoden zur Berechnung und Reduzierung der Schallabstrahlung sind vor allem zwei Probleme zu überwinden: Erstens ist der erforderliche Arbeits- und Rechenaufwand für die Schritte Modellerstellung, Modalanalyse, Frequenzganganalyse, Akustikanalyse und Korrelation zu reduzieren, damit eine ausreichende Anzahl an Simulationen für eine umfassende Bewertung in einem realisierbarem Zeitrahmen durchführbar ist. Zweitens ist der Genauigkeitsgrad der einzelnen Berechnungsschritte nur quantifizierbar, wenn die Differenzen zwischen Simulation und Messung aufgetrennt werden können in Anteile, die aus Geometrieunterschieden zwischen dem Gehäuse und dessen Modell resultieren, und in Anteile mit methodischen Ursachen. Dies setzt die Entwicklung von Messmethoden mit einer hinreichenden Genauigkeit für die Bewertung der Simulation voraus.

Die Überwindung dieser Hürden ebnet den Weg sowohl für eine systematische Untersuchung der Berechnungsmethodik als auch für die Erarbeitung von Gestaltungsrichtlinien zur Verrippung von Gehäusestrukturen. Diese Arbeit soll einen Beitrag hierzu leisten. Im Einzelnen sind hierfür folgende Teilaufgaben zu bewältigen:

- Steigerung der Effizienz der Berechnungskette durch Neuprogrammierung der Frequenzganganalyse. Die Ergebnisse der Modalanalyse sind hierfür selektiv auszuwerten, und es sollen automatisiert für alle Resonanzfrequenzen und Lastfälle die Schwingungsantworten berechnet werden. Diese sind direkt auf das BE-Modell zu applizieren. Weiterhin ist die Konfiguration des Akustiksolvers zu integrieren, um die Benutzerinteraktion zu minimieren.
- Untersuchung des erreichbaren Korrelationsgrades in Abhängigkeit von der Geometriegenauigkeit durch Vergleich von Modellen mit exakter Übereinstimmung und durch Einbeziehung der Geometrieunterschiede zwischen dem gefertigten Getriebegehäuse und dem für die Herstellung verwendeten CAD-Modell. Eine exakte Nach-

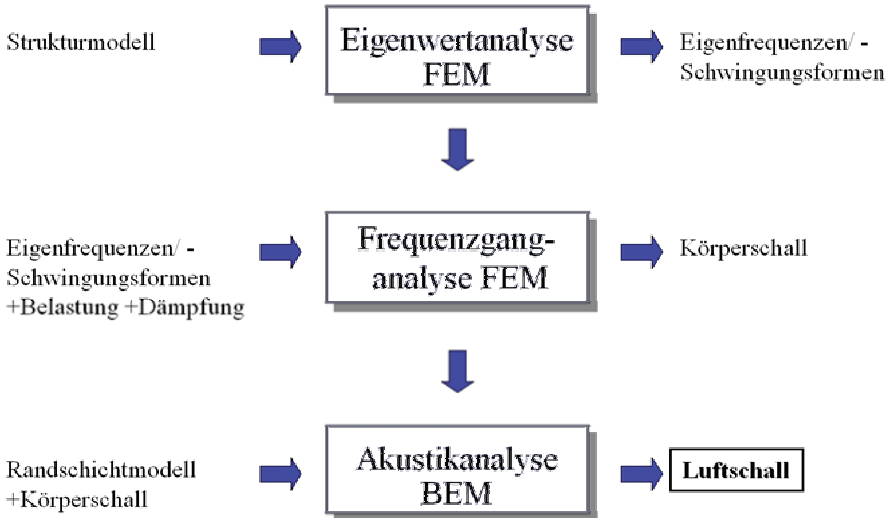
bildung der Referenzgehäuse soll dabei durch Rückführung in ein FE-Modell mittels Digitalisierung erfolgen.

- Quantitative Bewertung der Simulationsergebnisse der FEM/BEM-Methode durch Vergleich mit der Messung auf den Ebenen Eigenwertanalyse, Frequenzganganalyse und Akustikanalyse. Es sollen sowohl die Grenzen und Möglichkeiten jedes einzelnen Berechnungsschrittes als auch die Anhäufung der Simulationsungenauigkeiten mit einer abgestuften Modellanpassung untersucht werden. Das Ziel ist es hierbei, den effektivsten Updating-Level und somit den wirkungsvollsten Einsatz von Messungen zu bestimmen bzw. nachzuweisen, wann für die Erreichung der geforderten Simulationsgüte auf Messungen und somit auf Prototypen ganz verzichtet werden kann.
- Die Auswirkungen unterschiedlicher Gehäusetyphen auf den Korrelationsgrad sind darzustellen. Hierfür sind Referenzgehäuse auszuwählen, die sich in der Komplexität ihrer Grundform, im Grad der Verrippung, im Material und im Herstellungsverfahren unterscheiden, um die Allgemeingültigkeit der Ergebnisse zu gewährleisten.
- Erarbeitung und Validierung von frequenzspezifischen Konstruktionsregeln, die einen Leitfaden darstellen, um zielgerichtet Rippenanordnungen zu finden, die eine maximale Herabsetzung der Schallemission an Gehäusestrukturen bewirken. Die hierfür zu Grunde liegenden Parameterstudien sollen sowohl eine Unabhängigkeit vom Anregungsort als auch schwach und stark verrippte Strukturen einschließen. Die Effektivität der Verrippung ist durch Bezugnahme auf die Masse darzustellen. Die Übertragbarkeit auf reale Gehäuseformen ist zudem nachzuweisen.

Auf diese Weise soll durch systematische Untersuchungen eine quantitative Bewertung der Schallabstrahlungs-Berechnungskette erfolgen und die Wirtschaftlichkeit des Verfahrens durch gezielten Einsatz von Simulationsmodellen, Messergebnissen und Rippenkonfigurationen erhöht werden.

## 4. Grundlagen der Simulation

Die Berechnung des Luftschalls sämtlicher realer und idealisierter Getriebegehäuse wurde in dieser Arbeit mittels der Berechnungskette (siehe Abb. 4-1) durchgeführt.



**Abb. 4-1 Berechnungskette**

In einem ersten Schritt wurde das Finite-Element-Modell der zu untersuchenden Struktur mit der Eigenwertanalyse in den Modalraum transferiert. Dieses Modale Modell ist durch die Eigenfrequenzen und Schwingungsformen definiert. Bei Angabe der Belastung und der modalen Dämpfung kann daraus das dritte Modell, das sog. Response Modell, gebildet werden, welches bei der Frequenzganganalyse verwendet wird, um den Körperschall zu berechnen. Der auf das Randschichtmodell übertragene Körperschall bildet die Randbedingung für die Akustikanalyse. Mit Hilfe von auf der Helmholtz-Gleichung basierenden Randintegralgleichungen kann in einem letzten Berechnungsschritt nun der Luftschall an der Strukturoberfläche und im Außenraum berechnet werden.

### 4.1 Die Modalanalyse

Komplexe Strukturen mit nicht analytisch beschreibbarer Geometrie werden fast ausschließlich mit Hilfe von Finiten Elementen diskretisiert, wodurch die Freiheitsgrade auf eine endliche Anzahl reduziert werden. Dieses Multiple Degree of Freedom

(MDOF) System wird mit einem Gleichungssystem beschrieben, und mit linearer Algebra sind die modalen Parameter ermittelbar.

Das dynamische Verhalten einer räumlichen Struktur mit mehreren Freiheitsgraden und hysteretischer Dämpfung wird im allgemeinen, [39], [36] et al, wie folgt beschrieben.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad \text{Gl. 4-1}$$

[M], [D] und [K] sind NxN Matrizen für die Masse, Dämpfung und Steifigkeit. Die Spaltenmatrizen  $\{\ddot{x}(t)\}$ ,  $\{\dot{x}(t)\}$  und  $\{x(t)\}$  sind Nx1 Vektoren einer zeitveränderlichen Beschleunigung, Geschwindigkeit und Auslenkung, und  $\{f(t)\}$  ist ein Nx1 Vektor einer zeitveränderlichen externen Anregungskraft. Unter der Annahme, dass das MDOF-System ungedämpft ist und nur die freie Schwingung der Lösung von Gl. 4-1 berücksichtigt wird, vereinfacht sich der Ausdruck zu:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{0\} \quad \text{Gl. 4-2}$$

Die N simultanen Gleichungen in Gl. 4-2 sind homogen, und es lässt sich zeigen, dass für das Gleichungssystem die Lösungen  $\{x(t)\}$  nur relativen Bewegungen charakterisieren. Die Lösungen von Gl. 4-2 sind zudem zeitlich abhängige Bewegungen, die synchron ablaufen. Folglich gehorchen die Lösungen der Form:

$$\{x(t)\} = \{\bar{x}\} e^{i\Omega t} \quad \text{Gl. 4-3}$$

$\{\bar{x}\}$  ist dabei ein Nx1 Vektor mit zeitunabhängigen Antwortamplituden. Wird Gl. 4-3 in Gl. 4-2 substituiert, erhält man:

$$[[K] - \Omega^2 [M]]\{\bar{x}\} = \{0\} \quad \text{Gl. 4-4}$$

Um für Gl. 4-4 eine nicht triviale Lösung zu erhalten, sind Werte für  $\Omega^2$  zu finden, mit denen die Determinante der linken Klammer gleich Null wird.

$$\det[[K] - \Omega^2 [M]] = 0 \quad \text{Gl. 4-5}$$

Die Lösung der Gl. 4-5 führt zu den N möglichen positiven realen Lösungen  $\omega_1^2$ ,  $\omega_2^2$ , ...,  $\omega_N^2$ , die als die Eigenwerte von Gl. 4-5 bezeichnet werden und die Quadrate der ungedämpften natürlichen Eigenkreisfrequenzen des Systems sind. Setzt man in Gl. 4-4 jeden Eigenwert ein und löst man das jeweilige Gleichungssystem nach  $\{\bar{x}\}$  auf, erhält man N mögliche Vektoren  $\{\Psi_r\}$  ( $r = 1, 2, \dots, N$ ) als Lösung. Diese sind die Eigenformen des analysierten Systems. Jeder Vektor  $\{\Psi_r\}$  enthält N reale Werte (positiv oder negativ). Das Verschwinden der Determinante (Gl. 4-5) bedeutet jedoch einen Rangabfall des Ausdrucks  $[[K] - \omega^2 [M]]$ , weshalb sich jede Zeile durch eine Linearkombination der übrigen darstellen lässt. Dies hat zur Folge, dass die Eigenformen  $\{\Psi_r\}$  nur bis auf einen unbekannten konstanten Faktor  $\gamma$  bestimmt werden können, d.h. die Richtungen der Vektoren sind bekannt, nicht aber ihre Absolutwerte. Zudem besitzen die Vektoren der Eigenformen die wichtige Eigenschaft, dass sie zueinander orthogonal sind und beschrieben werden können mit

$$\{\Psi_s\}^T [M] \{\Psi_r\} = 0; \quad (r \neq s) \quad \text{Gl. 4-6}$$



$$\{\psi_s\}^T [K] \{\psi_r\} = 0; \quad (r \neq s) \quad \text{Gl. 4-7}$$

Wird die Eigenform  $\{\psi_r\}$  in Gl. 4-4 substituiert und die Gleichung vormultipliziert mit der transponierten Eigenform  $\{\psi_r\}^T$ , führt dies zu:

$$\{\psi_r\}^T [K] \{\psi_r\} = \omega_r^2 \{\psi_r\}^T [M] \{\psi_r\} \quad \text{Gl. 4-8}$$

Bei Umstellung von Gl. 4-8 auf den Eigenwert  $\omega_r^2$  erhält man den Rayleigh-Quotienten

$$\omega_r^2 = \frac{\{\psi_r\}^T [K] \{\psi_r\}}{\{\psi_r\}^T [M] \{\psi_r\}} = \frac{k_r}{m_r} \quad \text{Gl. 4-9}$$

$k_r$  und  $m_r$  werden dabei allgemein als die generalisierte (modale) Steifigkeit und die generalisierte (modale) Masse der  $r$ -ten Eigenform bezeichnet. Aufgrund des noch festzulegenden Skalierungsfaktors  $\gamma$  ist nur der Eigenwert  $\omega_r^2$  festgelegt, nicht jedoch die modale Steifigkeit und Masse. Eine mathematisch vorteilhafte Skalierung der Eigenformen  $\{\phi_r\} = \gamma \{\psi_r\}$  erhält man mit einer Massennormalisierung:

$$\{\phi_r\}^T [M] \{\phi_r\} = 1 \quad \text{Gl. 4-10}$$

$$\{\phi_r\}^T [K] \{\phi_r\} = \omega_r^2 \quad \text{Gl. 4-11}$$

Die gesamte Lösung der freien Schwingung (Gl. 4-2) wird oft mit den zwei  $N \times N$  Matrizen, Eigenwertmatrix und Modalmatrix ausgedrückt, welche das Modale Modell beschreiben:

$$[\omega_r^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 4-12}$$

$$[\Phi] = [\{\phi_1\} \{\phi_2\} \dots \{\phi_N\}]. \quad \text{Gl. 4-13}$$

Aus den Gleichungen 4-10 – 4-13 können die Orthogonalitätseigenschaften der Massennormalisierten Matrix beschrieben werden durch:

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = I \quad \text{Gl. 4-14}$$

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = [\omega_r^2] \quad \text{Gl. 4-15}$$

## 4.2 Die Frequenzganganalyse

Im nächsten Berechnungsschritt, der Frequenzganganalyse (Forced Response Analysis) wird nun das dämpfungsbehaftete Modell untersucht, das von einer zeitveränderlichen Kraft  $\{f(t)\}$  angeregt wird (Gl. 4-1).

### 4.2.1 Definierte Anregungskräfte

Mit Hilfe der Orthogonalitätstransformationen (Gl. 4.14 u. 4.15) ist es möglich, die Bewegungsgleichungen (Gl. 4.1) zu entkoppeln, indem die modale Transformation

$$\{x(t)\} = [\Phi] \{q(t)\} \quad \text{Gl. 4.16}$$

definiert wird.  $q(t)$  wird als modale oder generalisierte Antwort bezeichnet. Durch diesen Ansatz wird die Antwort  $\{x(t)\}_j$  an jedem Freiheitsgrad  $j$  des Modells durch Superposition der Eigenformen dargestellt. Diese werden dabei mit den modalen Antworten  $\{q(t)\}$  gewichtet. Wird (Gl. 4.16) in (Gl. 4.1) substituiert, erhält man nach einer Vor-multiplikation mit  $[\Phi]^T$ :

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] \{\ddot{q}(t)\} + [\Phi]^T [C] [\Phi] \{\dot{q}(t)\} + [\Phi]^T [K] [\Phi] \{q(t)\} = [\Phi]^T \{f(t)\} \quad \text{Gl. 4.17}$$

und folglich:

$$\{\ddot{q}(t)\} + [\ell] \{\dot{q}(t)\} + [\omega_r^2] \{q(t)\} = [\Phi]^T \{f(t)\}. \quad \text{Gl. 4.18}$$

Aus der Dämpfungsmatrix  $[C]$  entsteht die generalisierte Dämpfungsmatrix  $[\ell]$ . Diese ist im Allgemeinen eine nicht diagonale  $N \times N$  Matrix. Diese Charakteristik lässt sich dadurch erklären, dass für die Herleitung der Modalen Matrix  $[\Phi]$  nur die Masse- und Steifigkeitsinformationen verwendet wurden und somit die Eigenvektoren  $\{\phi_r\}$  „nichts von  $[C]$  wussten“ als sie berechnet wurden. Damit gibt es auch keinen Grund, warum sie die Dämpfungsmatrix diagonalisieren sollten. Folglich sind die generalisierten Freiheitsgrade  $\{q(t)\}_r$  ( $r \neq s$ ) durch die generalisierte Dämpfungsmatrix gekoppelt, trotz der vorangegangenen modalen Transformation.

Ist die Dämpfung jedoch proportional, wie z.B. bei der viskosen Dämpfungsmatrix  $[C]$ , dann ist diese nach Silva [66] direkt proportional zu der Steifigkeitsmatrix, zu der Massenmatrix oder einer linearen Kombination von beiden, so dass gilt:

$$[C] = \varepsilon [K] + \nu [M] \quad \text{Gl. 4.19}$$

wobei  $\varepsilon$  und  $\nu$  Konstanten sind.

$$\{\ddot{q}(t)\} + [\Phi]^T [\varepsilon [K] + \nu [M]] [\Phi] \{\dot{q}(t)\} + [\omega_r^2] \{q(t)\} = [\Phi]^T \{f(t)\} \quad \text{Gl. 4.20}$$

Aufgrund der Orthogonalitätseigenschaften ergibt sich:

$$\{\ddot{q}(t)\} + [\nu + \varepsilon \omega_r^2] \{\dot{q}(t)\} + [\omega_r^2] \{q(t)\} = [\Phi]^T \{f(t)\}. \quad \text{Gl. 4.21}$$

Durch die Entkopplung der Gleichungen und der Analogie zum SDOF-System lässt sich der Ausdruck für die modale viskose Dämpfung ersetzen durch:

$$\nu + \varepsilon \omega_r^2 = c \quad m = \xi \quad c_c \quad m = 2 \xi \quad m \omega_r. \quad \text{Gl. 4.22}$$

$\xi$  ist das Lehrsche Dämpfungsmaß.

$$\{\ddot{q}(t)\} + [2\xi \omega_r] \{\dot{q}(t)\} + [\omega_r^2] \{q(t)\} = [\Phi]^T \{f(t)\} \quad \text{Gl. 4.23}$$

Ein harmonischer Ansatz kann nun wieder für die modale Antwort

$$\{q(t)\} = \{\hat{Q}\} e^{i\Omega t} \quad \text{Gl. 4.24}$$

und für die Anregungskräfte

$$\{f(t)\} = \{\hat{F}\} e^{i\Omega t} \quad \text{Gl. 4-25}$$

gewählt werden, deren komplexe Amplituden  $\hat{Q}$  und  $\hat{F}$  durch ein Dach dargestellt werden. Durch die Substitution von Gl. 4-24 und Gl. 4-25 in Gl. 4-23

$$-\{\hat{Q}\}\Omega^2 + i[2\xi_r \omega_r] \{\hat{Q}\}\Omega + [\omega_r^2] \{\hat{Q}\} = [\Phi]^T \{\hat{F}\} \quad \text{Gl. 4-26}$$

lässt sich  $\{\hat{Q}\}$  ausklammern und die Gleichung nach der Unbekannten auflösen:

$$\{\hat{Q}\} = \left[ [\omega_r^2] - [\Omega^2] + i[2\xi_r \omega_r \Omega] \right]^{-1} [[\Phi]^T \{\hat{F}\}] \quad \text{Gl. 4-27}$$

Durch Rücktransformation in den Zeitbereich mit

$$\{x(t)\} = \{\hat{X}\} e^{i\Omega t} = [\Phi] \{\hat{Q}\} e^{i\Omega t} \Rightarrow \{\hat{Q}\} = [\Phi]^{-1} \{\hat{X}\}, \quad \text{Gl. 4-28}$$

erhält man die Lösung der Bewegungsgleichung:

$$\{\hat{X}\} = [\Phi] \left[ [\omega_r^2] - [\Omega^2] + i[2\xi_r \omega_r \Omega] \right]^{-1} [[\Phi]^T \{\hat{F}\}] \quad \text{Gl. 4-29}$$

Die Körperschallschnelle am Punkt j, als Antwort auf die Anregung an den Punkten k, lässt sich in Summenschreibweise berechnen zu:

$$\dot{v}_j e^{i\Omega t} = \frac{d(\hat{X}_j e^{i\Omega t})}{dt} = i\Omega \sum_{r=1}^N \frac{\{\phi_r\}_j \sum_{k=1}^N \{\phi_r\}_k \{\hat{F}\}_k}{\omega_r^2 - \Omega^2 + i2\xi_r \omega_r \Omega} e^{i\Omega t}. \quad \text{Gl. 4-30}$$

Die partielle Ableitung der Körperschallschnelle nach der Normalenrichtung n der Strukturoberfläche (Gl. 4-31) stellt die Randbedingung für die Randelementmethode dar.

$$\dot{v}_n = \frac{\partial \dot{v}}{\partial n}. \quad \text{Gl. 4-31}$$

## 4.2.2 Gemittelte generalisierte Anregungskraft

Um die Iterationsschritte bei der akustischen Optimierung mittels Geometrievariation zu reduzieren, sind Parameterstudien von großer Hilfe. Im Gegensatz zu Variantenrechnungen an konkreten Projekten mit definierten Anregungspunkten sollten Parameterstudien möglichst allgemeingültige Aussagen treffen.

Bei der Durchführung von Parameterstudien stößt man jedoch bei der klassischen Response Analyse auf das Problem, dass nur an genau definierten Knoten in anzugebenden Richtungen angeregt werden kann. Bei Parameterstudien handelt es sich allerdings um keine konkreten Aufgabestellungen, so dass die Kraftangriffspunkte, -amplituden und -richtungen nicht bekannt sind.

Bei der klassischen Response Analyse hat man nur die Möglichkeit, repräsentative Punkte intuitiv auszuwählen, um die Körperschallschnellen zu berechnen. Zudem beeinflusst die Phasenlage der Anregungskräfte zueinander die Schwingungsamplituden bei

jeder Eigenform beträchtlich. Liegen z.B. zwei Kräfte genau in Phase mit den Eigenformen, verstärkt sich die Anregung. Ist jedoch eine von den zwei Kräften gegenphasig und die andere in Phase zur Schwingung der Eigenform am Anregungspunkt, kann sich deren Wirkung aufheben. Dieser Kompensationseffekt ist abhängig von jeder einzelnen Eigenform und nur indirekt vom Strukturmodell, wodurch es unmöglich ist, Anregungspunkte zu definieren, die im gesamten Frequenzbereich eine repräsentative Schwingungsantwort hervorrufen.

Um repräsentative Parameterstudien durchführen zu können, welche die Schwingungsneigung jeder einzelnen Eigenform wiedergeben, und nicht nur die der gesamten Struktur durch Mittelung der Ergebnisse möglichst vieler Resonanzfrequenzen, wurde die Bewegungsgleichung (Gl. 4-30) modifiziert, indem die generalisierte Kraft  $r_r$  ersetzt wurde durch eine gemittelte generalisierte Kraft  $r_{r \text{ Avg}}$  (Gl. 4-32).

$$r_r = \{\phi_r\}^T \{\hat{F}\} \Rightarrow r_{r \text{ Avg}} = \frac{\hat{F}}{M} \sum_{k=1}^M |\{\phi_r\}|_k. \quad \text{Gl. 4-32}$$

Durch die Verwendung von  $r_{r \text{ Avg}}$  wird der Betrag von  $M$  frei wählbaren Freiheitsgraden der Eigenform  $|\{\phi_r\}|_k$  gemittelt und mit der komplexen Anregungskraft  $\hat{F}$  multipliziert. Die Bildung des Betrags der Eigenform bewirkt, dass der kompensierende oder auch verstärkende Einfluss der Phasenlage der Werte  $|\{\phi_r\}|_k$  eliminiert wird. Die Anregungskraft ist damit auf keinen konkreten Anregungspunkt bezogen, sondern regt die Struktur an einem virtuellen Punkt an, der für die  $M$  ausgesuchten Freiheitsgrade repräsentativ ist.

Die Verwendung einer gemittelten Anregung ist in kommerziellen Programmen nicht vorgesehen, so dass für die Parameterstudien die gesamte Response Analyse neu programmiert wurde. Die Berechnung der Schwingungsantwort wurde dabei realisiert mit der Gleichung:

$$\hat{v}_j(t) = i\Omega \sum_{r=1}^N \frac{\{\phi_r\}_j \frac{\hat{F}}{M} \sum_{k=1}^M |\{\phi_r\}|_k}{\omega_r^2 - \Omega^2 + i2\xi \omega_r \Omega} e^{i\Omega t}. \quad \text{Gl. 4-33}$$

Bei Parameterstudien wird die Anregungskraft, aufgrund fehlender Informationen über Anregungsspektren, gewöhnlich auf Eins normiert. Gl. 4-33 sieht jedoch auch die Möglichkeit vor, für die Anregungskraft komplexe Frequenzspektren vorzugeben. Zudem können die Anregungsspektren für Teilbereiche von  $M$  auch getrennt angegeben werden, so dass die Anregung auch auf reale Krafteinleitungsbereiche, wie z.B. auf mehrere Lagerbohrungen, konzentriert werden kann.

### 4.3 Die direkte Randelementmethode BEM

Die grundlegende Idee der Boundary Element Methode (BEM) ist es, die physikalischen Vorgänge innerhalb eines akustischen Mediums, zum Beispiel die Ausbreitung der Schallwellen, durch die physikalischen Größen (Schalldruck, -schnelle, Potentiale) auf dessen Berandung auszudrücken [53]. Die Vorteile gegenüber den akustischen Berechnungen mittels FEM sind hierbei, dass nicht der gesamte Luftraum mit Volumenelementen diskretisiert werden muss. Dies reduziert die Problemstellung um eine Dimension und ermöglicht eine beträchtliche Verringerung der zu berücksichtigenden Freiheitsgrade. Weiterhin ist in der Formulierung die Schallabstrahlung ins Unendliche vollständig enthalten.

#### 4.3.1 Die Helmholtz-Gleichung

Ein Wellenvorgang liegt vor, wenn eine zeitliche Änderung einer Feldgröße mit der räumlichen Änderung einer anderen Feldgröße gekoppelt ist. Die Wellengleichung beschreibt hierbei den Zusammenhang zwischen der zeitlichen und örtlichen Abhängigkeit der Feldgrößen. In der technischen Akustik sind die Schwankungen der Feldgrößen Geschwindigkeit und Druck sehr klein gegenüber den betreffenden Ruhegrößen. Somit kann von Verdichtungsstößen abgesehen werden, wie sie im Überschallbereich auftreten. Zudem wird die Luft als ein ideales und damit reibungsfreies Gas aufgefasst. Dadurch wird jedoch kein wesentlicher Fehler begangen, da die Dämpfung von Luftschallwellen im akustischen Frequenzbereich, mit einem Adsorptionskoeffizient zwischen  $3 \cdot 10^{-4}$  und  $2 \cdot 10^{-1}$ , sehr klein ist [32].

Für die Herleitung der dreidimensionalen Wellengleichung stehen damit folgende Grundgleichungen zur Verfügung, die unabhängig von den Eigenschaften des strömenden Fluids sind [26 et al.]:

- die Kontinuitäts- oder Massenerhaltungsgleichung
- die Newtonsche Bewegungsgleichung
- die Gleichung für isentrope Zustandsänderungen idealer Gase

Die Bewegung der Luft wird im Folgenden in einem raumfesten kartesischen  $x,y,z$  - Koordinatensystem beschrieben. Es sei  $\mathbf{v}^*(x,y,z,t)$  der Geschwindigkeitsvektor eines Volumenelementes mit den Abmessungen  $dx, dy, dz$ , das sich zur Zeit  $t$  am raumfesten Ort  $(x,y,z)$  befindet und mit Luftteilchen gefüllt ist. Ferner sei die Dichte  $\rho^*(x,y,z,t)$  ebenfalls eine Funktion der Ortskoordinaten  $x,y,z$  und der Zeit  $t$ .

Die Massenerhaltung wird durch die Kontinuitätsgleichung [2] beschrieben und stellt den Zusammenhang zwischen der Schnelle  $\mathbf{v}^*$  und der Dichteänderung her. Zur Erfüllung der Kontinuitätsgleichung am betrachteten Element mit dem konstanten Volumen

$dx \cdot dy \cdot dz$  muss die zeitliche Änderung der Masse im Volumenelement die ein- bzw. ausströmenden Luftmassendifferenzen durch die Volumenelementflächen ( $dx \cdot dy$ ,  $dy \cdot dz$ ,  $dx \cdot dz$ ) in jeder Richtung des Koordinatensystems kompensieren (Gl. 4-34).

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} dx dy dz + \partial(\rho^* v_x^*) dy dz + \partial(\rho^* v_y^*) dx dz + \partial(\rho^* v_z^*) dx dy = 0 \quad \text{Gl. 4-34}$$

Die Gleichung 4-34 kann nun vereinfacht (Gl. 4-35)

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \frac{\partial(\rho^* v_x^*)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho^* v_y^*)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho^* v_z^*)}{\partial z} = 0 \quad \text{Gl. 4-35}$$

und der Divergenzoperator  $div$

$$div(\rho^* v^*) = \frac{\partial(\rho^* v_x^*)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho^* v_y^*)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho^* v_z^*)}{\partial z} \quad \text{Gl. 4-36}$$

eingeführt werden, so dass man die Kontinuitätsgleichung (Gl. 4-37) erhält:

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + div(\rho^* v^*) = 0 \quad \text{Gl. 4-37}$$

Die Newtonsche Bewegungsgleichung verknüpft den Wechseldruck mit der Schnelle. Wendet man das 2. Newtonsche Gesetz  $N=m \cdot a$  der Einfachheit halber zuerst an einem eindimensionalen Volumenelement der Breite  $dx$  an, erhält man die Eulersche Gleichung der Hydrodynamik (Gl. 4-38).

$$\rho^* \frac{\partial v^*}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{Gl. 4-38}$$

Hierin setzt sich die momentane Totalbeschleunigung (Gl. 4-39)

$$\frac{\partial v^*}{\partial t} = \frac{\partial v^*}{\partial t} + \frac{\partial v^*}{\partial x} v^* \quad \text{Gl. 4-39}$$

zusammen aus einem instationären Anteil  $\partial v^* / \partial t$  und aus dem konvektiven Anteil  $v^* (\partial v^* / \partial x)$ , der vor allem bei Rohrströmungen maßgebend ist. Setzt man Gl. 4-38 in Gl. 4-39 ein, ergibt sich:

$$\rho^* \left[ \frac{\partial v^*}{\partial t} + \frac{\partial v^*}{\partial x} v^* \right] = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{Gl. 4-40}$$

Im dreidimensionalen Raum führt der Satz von der Impulserhaltung entsprechend auf die räumlich Gleichgewichtsbedingung (Gl. 4-41):

$$\rho^* \left[ \frac{\partial v^*}{\partial t} + (grad v^*) v^* \right] = div \sigma^* \quad \text{Gl. 4-41}$$

Der Gradient des Geschwindigkeitsvektors  $grad v^*$  ist ein Tensor zweiter Stufe und definiert sich somit als

$$\text{grad} v^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x^*}{\partial x} & \frac{\partial v_x^*}{\partial y} & \frac{\partial v_x^*}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y^*}{\partial x} & \frac{\partial v_y^*}{\partial y} & \frac{\partial v_y^*}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z^*}{\partial x} & \frac{\partial v_z^*}{\partial y} & \frac{\partial v_z^*}{\partial z} \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 4-42}$$

Anders als in festen Körpern treten in idealen Gasen nur Dilatationswellen auf. Schubspannungen treten deshalb beim Spannungstensor  $s^*$  nicht auf, so dass dieser auf seine Diagonale reduziert werden kann.

$$\text{div} \sigma^* = \text{div} \begin{bmatrix} -p^* & 0 & 0 \\ 0 & -p^* & 0 \\ 0 & 0 & -p^* \end{bmatrix} = -\text{grad} p^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial p^*}{\partial x} \\ \frac{\partial p^*}{\partial y} \\ \frac{\partial p^*}{\partial z} \end{bmatrix} \quad p^* \geq 0 \quad \text{Gl. 4-43}$$

Die Größe  $p^*$  ist der momentane Druck. Durch Einsetzen von Gl. 4-43 in Gl. 4-41 folgt:

$$\rho^* \left[ \frac{\partial v^*}{\partial t} + (\text{grad} v^*) v^* \right] = -\text{grad} p \quad \text{Gl. 4-44}$$

Die Eulersche Gleichung der Hydrodynamik (Gl. 4-44) ist eine vektorwertige partielle Differentialgleichung. Der in den eckigen Klammern stehende Ausdruck stellt wieder die materielle Beschleunigung der Fluidteilchen dar. Der Term  $\partial v^* / \partial t$  repräsentiert hierbei den lokalen, instantanen und der Term  $(\text{grad} v^*) v^*$  den konvektiven Anteil der Beschleunigung.

In der Maschinenakustik interessieren vor allem periodische Vorgänge, deren Schwingungsdauern so klein sind, dass kein Temperatúrausgleich durch Wärmeleitung zwischen den einzelnen Luftteilchen erfolgen kann. Deshalb kann die Abhängigkeit zwischen der Dichte und der Druckänderung durch die Gleichung für die isentrope Zustandsänderungen idealer Gase beschrieben werden (Gl. 4-45).

$$\frac{p^*}{p_0} = \left( \frac{\rho^*}{\rho_0} \right)^\chi \quad \text{Gl. 4-45}$$

Hierbei ist  $p_0$  der Ruhedruck,  $\rho_0$  die Ruhedichte und  $\chi$  der Adiabatenexponent.

Mit den Gleichungen 4-37, 4-44 und 4-45 steht nun eine ausreichende Anzahl an Beziehungen zur Verfügung, um die Unbekannten Dichte, Druck und die drei Geschwindigkeitskomponenten zu bestimmen. Wegen der Nichtlinearität der beiden Differentialgleichungen (Gl. 4-37) und (Gl. 4-44) und der Beziehung Gl. 4-45 ist eine allgemeine Lösung nur für sehr einfache Fälle möglich. In der Maschinenakustik sind jedoch die Schwingungsamplituden der für die Akustik relevanten Feldgrößen Druck, Schnelle und

somit auch der Dichte wesentlich kleiner als die zugehörigen Ruhegrößen ( $p \ll p_0$ ,  $\rho \ll \rho_0$ ), so dass eine Linearisierung durchgeführt werden kann. Für die Linearisierung werden die akustischen Feldgrößen in einen Ruheanteil (Index 0) und eine Störgröße aufgespalten.

$$v^* = v_0 + v \quad \text{Gl. 4-46}$$

$$p^* = p_0 + p \quad \text{Gl. 4-47}$$

$$\rho^* = \rho_0 + \rho \quad \text{Gl. 4-48}$$

Stationäre Strömungsanteile sind bei denen in dieser Arbeit vorhandenen Untersuchungen nicht vorhanden, so dass in Gl. 4-46 die Ruhengeschwindigkeit  $v_0$  ein Nullvektor ist. Bei der Linearisierung der Kontinuitätsgleichung (Gl. 4-37) entfällt das Produkt aus der Strömungsgeschwindigkeit  $v$  und der gestörten Dichte  $\rho$ . Damit ergibt sich:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} v = 0 \quad \text{Gl. 4-49}$$

Entsprechend kann in der Newtonschen Bewegungsgleichung (Gl. 4-44) das Produkt  $(\operatorname{grad} v^*) v^*$  vernachlässigt werden. Somit erhält man:

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\operatorname{grad} p \quad \text{Gl. 4-50}$$

In Gl. 4-45 wird eine Taylor-Reihe um den Punkt  $p_0$  entwickelt, die nach dem ersten Glied abgebrochen wird:

$$p = \chi \frac{p}{\rho_0} p_0 \quad \text{Gl. 4-51}$$

Um die Gleichungen zusammenzufügen, wird zuerst die Abkürzung

$$c^2 = \chi \frac{p_0}{\rho_0} \quad \text{Gl. 4-52}$$

eingeführt, wobei  $c$  der Schallgeschwindigkeit des Fluids entspricht. Durch Einsetzen von Gl. 4-51 in Gl. 4-49 wird die Dichte  $\rho$  eliminiert, und es verbleiben die Gleichungen 4-51 und 4-53.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} v = 0 \quad \text{Gl. 4-53}$$

Zur Eliminierung des Geschwindigkeitsvektors  $v$  wird von den Identitäten

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} p = \Delta p \quad \text{Gl. 4-54}$$

$$\operatorname{div} \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} v, \quad \text{Gl. 4-55}$$

Gebrauch gemacht [8].  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  ist hierbei der Laplace-Operator. Damit ergibt sich:



$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t}(\text{div} v) = -\Delta p \quad \text{Gl. 4-56}$$

Wird nun Gl. 4-53 nach der Zeit differenziert und in Gl. 4-56 eingesetzt, erhält man die akustische Wellengleichung (Gl. 4-57), mit der die Schallausbreitung in einem idealen Fluid beschrieben wird.

$$\boxed{\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \Delta p} \quad \text{Gl. 4-57}$$

Wird aus Gl. 4-57 der Druck bestimmt, kann das Geschwindigkeitsfeld nur durch eine zeitliche Integration von Gl. 4-50 bestimmt werden. Vorteilhafter wird sich in der folgenden Herleitungen für die Boundary Element Methode das Geschwindigkeitspotential  $\Phi$  erweisen (Gl. 4-58).

$$v = -\text{grad} \Phi \quad \text{Gl. 4-58}$$

Ein Potential ist in der mathematischen Physik ein skalares Feld, aus dem durch Bildung des Gradienten eine vektorielle Größe, hier die Geschwindigkeit, berechnet werden kann. Die Beziehung Gl. 4-58 ist nach [22] zulässig, sofern das Fluid wirbelfrei ist. Da sich das Fluid in der statischen Gleichgewichtslage (d.h. bei Vernachlässigung der Trägheitskräfte) im Ruhezustand befindet, ist diese Voraussetzung gegeben. Die Wahl des negativen Vorzeichens auf der rechten Seite von Gl. 4-58 ist dabei zunächst willkürlich [32]. Durch Einsetzen von Gl. 4-58 in Gl. 4-50 ergibt sich:

$$\text{grad} \left( -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} + p \right) = 0. \quad \text{Gl. 4-59}$$

Sofern kein von außen aufgeprägter Stördruck einwirkt, lässt sich Gl. 4-59 direkt integrieren (Gl. 4-60).

$$\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = p. \quad \text{Gl. 4-60}$$

Durch Einsetzen von Gl. 4-58 und Gl. 4-60 in Gl. 4-53 erhält man den Nachweis (Gl. 4-61), dass das Geschwindigkeitspotential ebenfalls der akustischen Wellengleichung genügt.

$$\boxed{\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \Delta \Phi} \quad \text{Gl. 4-61}$$

Das Geschwindigkeitspotential  $\Phi$  hat gegenüber dem Druck den Vorteil, dass bei akustischen Berechnungen das Geschwindigkeitsfeld  $v$  und der Druck  $p$  durch Differentiationsprozesse gewonnen werden können (vgl. (Gl. 4-58) und (Gl. 4-60)).

Können die Schallschnelle  $v$  und der Druck  $p$  durch die harmonischen Funktionen

$$v(x, t) = \hat{v}(x) e^{i\Omega t} \quad \text{Gl. 4-62}$$

$$p(x, t) = \hat{p}(x) e^{i\Omega t} \quad \text{Gl. 4-63}$$

beschrieben werden, lässt sich für das gesuchte Geschwindigkeitspotential  $\Phi$  der Ansatz verwenden

$$\Phi(x, t) = \hat{\Phi}(x) e^{i\Omega t}. \quad \text{Gl. 4-64}$$

O ist hierbei die Erregerkreisfrequenz. Durch Einsetzen von Gl. 4-64 in Gl. 4-61 erhält man nach dem Abspalten des Zeitanteils die Helmholtz-Gleichung (Gl. 4-65)

$$\Delta \hat{\Phi} + k^2 \hat{\Phi} = 0 \quad \text{Gl. 4-65}$$

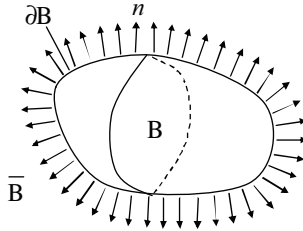
mit der Kreiswellenzahl

$$k = \frac{\Omega}{c}. \quad \text{Gl. 4-66}$$

Durch den Ansatz (Gl. 4-64) wird die akustische Wellengleichung (Gl. 4-61) aus dem Zeit- in den Frequenzbereich transformiert.

### 4.3.2 Randintegralgleichungen

Für die Ermittlung der Schallfeldgrößen mittels Randintegralgleichungen wird der Innenraum  $B \in \mathbb{R}^3$ , der Außenraum  $\bar{B} = \mathbb{R}^3 / B$  und der Rand  $\partial B$  definiert (Abb. 4-2).



**Abb. 4-2: Abstrahlproblem**

Auf dem Rand  $\partial B$  wird die Normalengeschwindigkeit  $\hat{v}_n$  in Richtung des Normaleneinheitsvektors  $n$  definiert, die in den Außenraum zeigt und die Schallabstrahlung verursacht. Der Geschwindigkeitsvektor  $\hat{v}$  wird i.a. durch die Response Analyse ermittelt und ist infolgedessen als vorgegeben zu betrachten. Er besitzt dann ein positives Vorzeichen, wenn die Geschwindigkeit in das Innere des Außengebietes zeigt. Für die Normalengeschwindigkeit  $\hat{v}_n$  gilt daher die Randbedingung:

$$\text{grad } \hat{\Phi}(x) \cdot n = \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial y} n_y + \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial z} n_z = \hat{v}_n(x) \quad \text{für alle } x \in \partial B \quad \text{Gl. 4-67}$$

Eine weitere Randbedingung ist die Sommerfeldsche Ausstrahlungsbedingung [35] [69].

Es muss nun eine Funktion  $\hat{\Phi}(x)$  gefunden werden, welche der Helmholtz-Gleichung (Gl. 4-65) und der Randbedingung (Gl. 4-67) genügt. Wie bei der FEM wird auch hier

die gesuchte Funktion  $\hat{\Phi}(x)$  durch eine Summe von N Ansatzfunktionen approximiert (Gl. 4-68).

$$\tilde{\Phi} = \sum_{k=1}^N \alpha_k \phi_k \quad \text{Gl. 4-68}$$

Die Tilde in Gl. 4-68 weist darauf hin, dass es sich um eine Näherungslösung handelt. Hierin sind die Ansatzfunktionen  $\phi_k$  bekannt, so dass die unbekannten Koeffizienten  $\alpha_k$  noch zu bestimmen sind. Eine Lösung des Problems ist mit der Methode des gewichteten Residuums möglich [7]. Die Näherungslösung wird dazu in die zu lösende Differentialgleichung (Gl. 465) eingesetzt, mit einer Testfunktion  $w(x)$  multipliziert und über das Definitionsgebiet integriert.

$$R = \int_B (\Delta \tilde{\Phi} + k^2 \tilde{\Phi}) w dV \quad \text{Gl. 4-69}$$

Bei der Verwendung der Point Collocation Methode [7] zur Ermittlung der Koeffizienten wird an den Punkten, an denen die zu ermittelnden Werte für  $\tilde{\Phi}$  bestimmt werden sollen, das Residuum zu Null gesetzt. D.h. die unbekannten Koeffizienten  $\alpha_k$  müssen derart bestimmt werden, dass das Residuum verschwindet (Gl. 4-70).

$$0 = \int_B (\Delta \tilde{\Phi} + k^2 \tilde{\Phi}) w dV \quad \text{Gl. 4-70}$$

Zur Lösung von Gl. 4-70 wird mit Hilfe der ersten Greenschen Identität [8]

$$\int_B (w \Delta \tilde{\Phi} + \text{grad } w \cdot \text{grad } \tilde{\Phi}) dV = \int_{\partial B} w \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial n} dS \quad \text{Gl. 4-71}$$

der  $\Delta$ -Operator von der Funktion  $\tilde{\Phi}$  auf die Testfunktion  $w$  übergewälzt. Zudem wandelt Gl. 4-71 das Volumenintegral (Gl. 4-70) in ein Oberflächenintegral um. Wird die Greensche Identität (Gl. 4-71) zum ersten Mal in (Gl. 4-70) eingesetzt, erhält man:

$$-\int_B (\text{grad } w \cdot \text{grad } \tilde{\Phi}) dV + \int_{\partial B} w \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial n} dS + \int_B (w k^2 \tilde{\Phi}) dV = 0 \quad \text{Gl. 4-72}$$

Durch nochmaliges Einsetzen der Greenschen Identität (Gl. 4-71) bei Vertauschen von  $w$  und  $\tilde{\Phi}$  in Gl. 4-72 bei Berücksichtigung von Gl. 4-67 ist der  $\Delta$ -Operator auf die Testfunktion  $w$  übergewälzt:

$$\int_B \tilde{\Phi} (\Delta w + k^2 w) dV = \int_{\partial B} \left( \tilde{\Phi} \frac{\partial w}{\partial n} - \hat{v}_n w \right) dS. \quad \text{Gl. 4-73}$$

Bei der Point Collocation Methode ist nun eine Testfunktion  $w$  zu finden, mit der die Klammer auf der linken Seite von Gl. 4-73 einer dreidimensionalen Deltafunktion an der Stelle  $x_p$  entspricht.

$$\Delta w + k^2 w = \delta(x - x_p) \quad \text{Gl. 4-74}$$

Eine Lösung der inhomogenen Helmholtzgleichung (Gl. 4-74) ist die Greensche Funktion  $G$  (Gl. 4-75)

$$G(P, x) = \frac{1}{4\pi r} e^{-ikr} \quad r = |x_P - x|. \quad \text{Gl. 4-75}$$

$P$  ist hierbei ein beliebiger Punkt des dreidimensionalen Vollraums  $\mathbb{R}^3$  und wird als Quellpunkt bezeichnet. In Gl. 4-75 ist  $r$  der Abstand zwischen den Punkten  $x_P$  und  $x$ . Die Form der Greenschen Funktion ist vergleichbar mit der Form des Schalldruckfeldes, das von einer Punktquelle in den freien Raum [76] abgestrahlt wird. Wird die Greensche Funktion  $G$  anstelle der Testfunktion  $w$  in Gl. 4-73 eingesetzt, steht auf der linken Seite von Gl. 4-73 das Integral über das Produkt des skalaren Feldes  $\tilde{\Phi}$  mit einer Deltafunktion. Mit diesem Ausdruck wird der Wert des Feldes  $\tilde{\Phi}$  am Quellpunkt  $P$  herausgegriffen [32] und Gl. 4-73 vereinfacht sich nach [65], [76] zur Randintegralgleichung

$$\tilde{\Phi}(P) = \int_{\partial B} \left( \tilde{\Phi} \frac{\partial G(P, x)}{\partial n} - \hat{v}_n G(P, x) \right) dS. \quad \text{Gl. 4-76}$$

Der inhomogene rechte Term kann als eine Integration von schwingenden Punktquellen angesehen werden, die auf der betrachteten Oberfläche verteilt sind. Der aus diesem Term resultierende Schalldruck für einen beliebigen Punkt im Raum ist die Superposition der Auswirkungen von jeder dieser schwingenden Punktquellen. Dieser Effekt wird durch die Greensche Funktion  $G$  beschrieben. Der homogene linke Term des Oberflächenintegrals ist äquivalent mit einer Verteilung von punktförmigen „Geschwindigkeitspotential-Quellen“, die bei Berücksichtigung der Beziehung  $\hat{p}_0 \Omega \tilde{\Phi} = p$  (aus Gl. 4-60) proportional zu Punktkräften sind. Das Helmholtzintegral (Gl. 4-76) ersetzt damit die abstrahlende Oberfläche durch eine Verteilung von Punktquellen und „Kräften“, entsprechend den vorgeschriebenen Geschwindigkeiten  $\hat{v}_n$  und dem resultierenden Geschwindigkeitspotential  $\tilde{\Phi}$  an den Oberflächen [76].

### 4.3.3 Die direkte Methode der Randelemente

Weil die Randintegralgleichung (Gl. 4-76) im Allgemeinen nicht in geschlossener Form gelöst werden kann, wird eine numerische Näherungslösung nach dem Randelementverfahren ermittelt. Hierfür wird zunächst der Rand  $\partial B$  in  $N_{el}$  Randelemente trianguliert

$$\partial B = \bigcup_{s=1}^{N_{el}} \partial B_s, \quad \partial B_r \cap \partial B_s = 0 \quad \text{für } r \neq s. \quad \text{Gl. 4-76}$$

Werden die Flächenintegrale für alle  $N_{el}$  Randelemente aufsummiert, ergibt sich, wenn der Punkt  $P$  auf dem Rand  $\partial B$  liegt, aus Gl. 4-76:

$$\sum_{j=1}^{N_{el}} \int_{\partial B^{(j)}} \tilde{\Phi}^{(j)} \frac{\partial G(P, x^{(j)})}{\partial n} dS^{(j)} - \tilde{\Phi}(P) = \sum_{j=1}^{N_{el}} \int_{\partial B^{(j)}} \hat{v}_n G(P, x^{(j)}) dS^{(j)}. \quad \text{Gl. 4-77}$$

Um die Integrale über die Elementflächen lösen zu können, wird das gesuchte Potential innerhalb des Elementes j mit Formfunktionen N (siehe Abb. 4-3) approximiert (Gl. 4-78).

$$\tilde{\Phi}^{(j)} = \sum_{a=1}^{k^{(j)}} N_a^{(j)} \tilde{\Phi}_a^{(j)}. \quad \text{Gl. 4-78}$$

Hierin sind  $k^{(j)}$  die Anzahl der Knoten im Element j und  $\tilde{\Phi}_a^{(j)}$  die unbekannten Geschwindigkeitspotentiale an den lokal nummerierten Knoten des Elements j. Analog wird die Normalengeschwindigkeit  $v_n$  approximiert:

$$\hat{v}_n^{(j)} = \sum_{a=1}^{k^{(j)}} N_a^{(j)} \hat{v}_{na}^{(j)}. \quad \text{Gl. 4-79}$$

Werden Gl. 4-77 und Gl. 4-78 in Gl. 4-79 eingesetzt, erhält man die diskrete Form der Randintegralgleichung:

$$\sum_{j=1}^{N_{el}} \int_{\partial B^{(j)}} \sum_{a=1}^{k^{(j)}} N_a^{(j)} \tilde{\Phi}_a^{(j)} \frac{\partial G(P, x^{(j)})}{\partial n} dS^{(j)} - \tilde{\Phi}(P) = \sum_{j=1}^{N_{el}} \int_{\partial B^{(j)}} \sum_{a=1}^{k^{(j)}} N_a^{(j)} \hat{v}_{na} G(P, x^{(j)}) dS^{(j)} \quad \text{Gl. 4-80}$$

Aufgrund der lokalen Nummerierung der Elementknoten sind in Gl. 4-80 noch  $\sum_{j=1}^{N_{el}} k^{(j)}$

Größen  $\tilde{\Phi}_a^{(j)}$  unbekannt. Werden alle K Knoten sämtlicher Elemente des Randes  $\partial B$  fortlaufend durchnummeriert, reduziert sich die Anzahl der Unbekannten auf die Anzahl K der vorhandenen Knoten. Durch die globale Knotennummerierung wird die Reihenfolge der Aufsummierung der Integrale verändert. Es werden zuerst die Integrale der Formfunktionen  $N_k^{(j)}$  über die Summe  $h^{(j)}$  aller am Knoten k angrenzenden Elemente j aufaddiert und mit der entsprechenden Feldgröße am Knoten k skaliert (Gl. 4-81)

$$\sum_{k=1}^K \tilde{\Phi}_k \sum_{j=1}^{h^{(j)}} \int_{\partial B^{(j)}} N_k^{(j)} \frac{\partial G(P, x^{(j)})}{\partial n} dS^{(j)} - \tilde{\Phi}(P) = \sum_{k=1}^K \hat{v}_{nk} \sum_{j=1}^{h^{(j)}} \int_{\partial B^{(j)}} N_k^{(j)} G(P, x^{(j)}) dS^{(j)} \quad \text{Gl. 4-81}$$

Nun können folgende Abkürzungen verwendet werden:

$$A_k = \sum_{j=1}^{h^{(j)}} \int_{\partial B^{(j)}} N_k^{(j)} \frac{\partial G(P, x^{(j)})}{\partial n} dS^{(j)} - \delta(x - x_p) \quad \text{Gl. 4-82}$$

$$b_k = \hat{v}_{nk} \sum_{j=1}^{h^{(j)}} \int_{\partial B^{(j)}} N_k^{(j)} \frac{\partial G(P, x^{(j)})}{\partial n} dS^{(j)} \quad \text{Gl. 4-83}$$

Die Dreidimensionale Deltafunktion  $\delta(x - x_p)$  stellt in Gl. 4-82 sicher, dass der letzte Term nur bei k = P ungleich Null ist. Mit Gl.4-82 und Gl. 4-83 in Gl. 4-81 erhält man den kompakten Ausdruck:

$$\sum_{k=1}^K A_k \tilde{\Phi}_k = \sum_{k=1}^K b_k \quad \text{Gl. 4-84}$$

Die Lösung der diskreten Randintegralgleichung (Gl. 4-80) erfolgt durch die so genannte Kollokation. Hierfür wird der Aufpunkt P der Reihe nach in alle Knoten k des triangularisierten Randes  $\partial B$  gelegt und jeweils die Randintegralgleichung (Gl. 4-84) aufgestellt. Damit steht die gleiche Anzahl von Gleichungen und Unbekannten zur Verfügung. Durch Zusammenfassen aller Gleichungen in Matrizenschreibweise erhält man das BEM-Gleichungssystem:

$$[A]\{\tilde{\Phi}\} = \{b\} \quad \text{Gl. 4-85}$$

Die Lösung des Gleichungssystems (Gl. 4-85) sind die Werte des Geschwindigkeitspotentials auf den Knoten des Randes  $\partial B$ . Mit dem Potential kann nun der Schalldruck und die Schallschnelle am Rand mit Gl. 4-60 und Gl. 4-58 berechnet werden.

#### 4.3.4 Gaußsche-Quadratur für triangulare Flächen

Die Berechnung der Integrale in Gl. 4-82 und Gl. 4-83 erfolgt im Allgemeinen durch Gaußsche Quadratur. Bei der Integrationsmethode von Gauß stellt man das Integral näherungsweise dar als Linearkombination von Funktionswerten der Funktion f. Um eine optimale Genauigkeit zu erhalten, werden weder die Stützstellen noch die Gewichte vorgeschrieben [6], sondern man bestimmt sie aus der Forderung, dass ein Polynom von möglichst hohem Grad exakt integriert werden soll.

Mittels einfacher Transformationen kann jedes beliebige Dreieck in das zweidimensionale Standarddreieck mit den kartesischen Koordinaten (1,0), (0,1), (0,0) überführt werden, so dass nur die numerische Integration über das Standarddreieck zu betrachten ist [52]. Die Integrationsintervalle werden dadurch auf  $0 \leq \xi_1 \leq 1 - \xi_2$  und  $0 \leq \xi_2 \leq 1$  normiert.

Für numerische Integrationen über Standarddreiecke [7] wird ein triangulares Koordinatensystem verwendet, wie in Abb. 4-3 dargestellt.

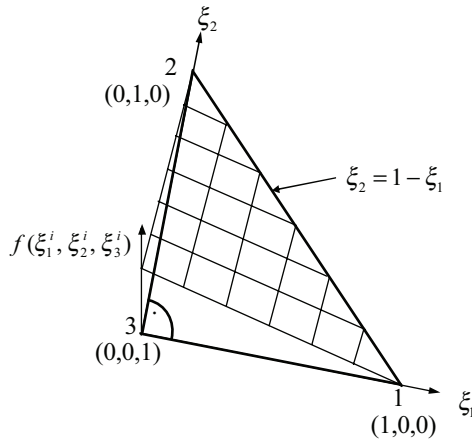
Aufgrund der zweidimensionalen Fragestellung sind die drei Koordinatenachsen  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  nicht unabhängig, sondern durch die Beziehung

$$\xi_3 = 1 - \xi_1 - \xi_2 \quad \text{Gl. 4-86}$$

miteinander gekoppelt. Das Oberflächenintegral kann nun als eine Summe der Funktionswerte  $f(\xi_1^i, \xi_2^i, \xi_3^i)$  an den Stützstellen i multipliziert mit den Gewichtungsfaktoren  $w_i$  ausgedrückt werden (Gl. 4-87).

$$I = \int_0^1 \left( \int_0^{1-\xi_2} f(\xi_1, \xi_2, \xi_3) d\xi_1 \right) d\xi_2 = \sum_{i=1}^n w_i f(\xi_1^i, \xi_2^i, \xi_3^i) \quad \text{Gl. 4-87}$$

Hierbei ist  $n$  die Anzahl der Integrationspunkte  $i$ . Die Koordinaten  $\xi_1^i, \xi_2^i, \xi_3^i$  der Integrationspunkte und die Gewichtungsfaktoren  $w_i$  sind nach [25] in Tabelle 4-1 wiedergegeben.



**Abb. 4-3: Trianguläres Koordinatensystem mit Formfunktion**

$n$	$i$	$\xi_1^i$	$\xi_2^i$	$\xi_3^i$	$2w_i$
1 (linear)	1	1/3	1/3	1/3	1
3 (quadratisch)	1	1/2	1/2	0	1/3
	2	0	1/2	1/2	1/3
	3	1/2	0	1/2	1/3
4 (kubisch)	1	1/3	1/3	1/3	-9/16
	2	3/5	1/5	1/5	25/48
	3	1/5	3/5	1/5	25/48
	4	1/5	1/5	3/5	25/48
7 (quintisch)	1	0,333 333 33	0,333 333 33	0,333 333 33	0,225 000 00
	2	0,797 426 99	0,101 286 51	0,101 286 51	0,125 939 18
	3	0,101 286 51	0,797 426 99	0,101 286 51	0,125 939 18
	4	0,101 286 51	0,101 286 51	0,797 426 99	0,125 939 18
	5	0,059 715 87	0,470 142 06	0,470 142 06	0,132 394 15
	6	0,470 142 06	0,059 715 87	0,470 142 06	0,132 394 15
	7	0,470 142 06	0,470 142 06	0,059 715 87	0,132 394 15

**Tabelle 4-1: Stützstellen und Gewichte für trianguläre Flächen**

Durch Rücktransformation erhält man die Integrationswerte für das beliebige Ausgangsdreieck.

Bei der Berechnung der Integranden werden diese jedoch singulär, wenn der Quellpunkt P auf einem Knoten des betrachteten Randintegrals liegt, weil dann  $r_{pj}=0$  gilt und daher die Greensche Funktion und ihre Normalenableitung gegen  $\infty$  gehen (vgl. Gl. 4-75 , 4-82 und 4-83) [32]. Es lässt sich jedoch zeigen, dass Methoden für die Berechnung solcher singulären Integrale existieren [72] [68].

### 4.3.5 Conjugate Gradient Squared Solver (CGS)

Gleichungslöser, wie sie für die FEM entwickelt wurden, können für die Lösung der Randelementgleichungen (Gl. 4-85) nicht eingesetzt werden [32], denn die Matrizen  $[A]$  und  $\{b\}$  in Gl. 4-85 sind voll besetzt und vor allem unsymmetrisch. Bei sehr großem  $[A]$  kann die Effizienz und Einfachheit erhöht werden, wenn  $[A]$  nur als Multiplikator verwendet wird. Dies bedeutet, dass Polynome in  $[A]$  gebildet werden können, deren Grad sich mit jedem Iterationsschritt um Eins erhöht.

Als sehr stabil und effizient hat sich hierbei die Conjugate Gradient Squared Methode erwiesen. Bei der CGS Methode werden als Startwerte für den ersten Iterationsschritt  $n = 0$  die Zwischenwerte  $\{g\}$  und  $\{h\}$  festgelegt und die Anfangsresiduen  $\{f\}^0$  berechnet zu:

$$\{g\}^{-1} = \{h\}^0 = 0 \quad \{f\}^0 = \{b\} - [A]\{\tilde{\Phi}\}^0 \quad \text{Gl. 4-88}$$

Die Geschwindigkeitspotentiale  $\{\tilde{\Phi}\}^0$  sind beim ersten Iterationsschritt noch nicht bekannt und lassen sich bei stark verrippten Strukturen aufgrund der starken gegenseitigen Beeinflussung der Randelemente auch nicht von den Oberflächenschnellen abschätzen, so dass  $\{\tilde{\Phi}\}^0 = \{0\}$  gesetzt wird und die Anfangsresiduen der rechten Seite von Gl. 4-85 entsprechen  $\{f\}^0 = \{b\}$ .

Mit den o.g. Startbedingungen lauten die  $n$  Iterationsschleifen beginnend mit  $n = 0$ :

$$\begin{aligned} \{u\}^n &= \{f\}^n + \beta^n \{h\}^n \\ \beta^0 &= 0 \quad \beta^n = \frac{\rho^n}{\rho^{n-1}} \\ \rho^n &= \{f\}^{0T} \{f\}^n \\ \{g\}^n &= \{u\}^n + \beta^n (\beta^n \{g\}^{n-1} + \{h\}^n) \\ \{h\}^{n+1} &= \{u\}^n + a^n [A]\{g\}^n \\ a^n &= \frac{\rho^n}{s^n} \\ s^n &= \{f\}^{0T} [A]\{g\}^n \end{aligned} \quad \text{Gl. 4-89}$$



$$\begin{aligned}\{\tilde{\Phi}\}^{n+1} &= \{\tilde{\Phi}\}^n + a^n (\{u\}^n + \{h\}^{n+1}) \\ \{f\}^{n+1} &= \{f\}^n + a^n [A] (\{u\}^n + \{h\}^{n+1})\end{aligned}$$

Zwei Abbruchkriterien  $k_1$  und  $k_2$  wurden für die Iterationsschleife festgelegt, welche gleichzeitig zu erfüllen sind:

$$1. \quad \tilde{\Phi}_r^{n+1} - \tilde{\Phi}_r^n < k_1 \quad \text{für alle } r \quad \text{Gl. 4-90}$$

Die Änderung von jedem Wert  $r$  des Ergebnisvektors  $\{\tilde{\Phi}\}^{n+1}$  im Vergleich zum vorangegangenen Iterationsschritt darf den Betrag  $k_1$  nicht überschreiten (Gl. 4-90), um sicherzustellen, dass der Solver gegen eine Lösung konvergiert und diese nicht nur durchläuft.

$$2. \quad |\dot{f}_r^{n+1}| < k_2 \quad \text{für alle } r \quad \text{Gl. 4-91}$$

Zudem muss jeder Wert des Residuumvektors  $\{f\}^{n+1} = \{b\} - [A] \{\tilde{\Phi}\}^{n+1}$  das zweite Abbruchkriterium erfüllen (Gl. 4-91).

Man beachte, dass beim gesamten Lösungsprozess keine Matrizen zu invertieren sind und pro Iterationsschritt nur die zwei Matrix-Vektor-Multiplikationen  $[A]\{g\}^n$  und  $\{f\}^{0T} [A]$  durchgeführt werden müssen, wodurch sich die Rechenzeit beträchtlich reduziert.

### 4.3.6 Berechnung der Schallkenngößen

Mit dem vom CGS-Solver berechneten Ergebnisvektors  $\{\tilde{\Phi}\}$  des Gleichungssystems (Gl. 4-85) können nun alle Schallkenngößen ermittelt werden, ohne dass weitere Gleichungssysteme zu lösen sind. Die wichtigsten Schallkenngößen sind hierbei der Schalldruck, die Schallschnelle, die Schallintensität und die Schallleistung, aus denen sich wiederum alle weiteren Schallkenngößen bestimmen lassen.

#### 4.3.6 a) Schalldruckpegel

Für die Berechnung des Schalldruckes an den Punkten (P) muss das Geschwindigkeitspotential  $\tilde{\Phi}$  an den entsprechenden Orten bekannt sein. Die Werte am Rand  $\partial B$  sind durch die Lösung des Gleichungssystems (Gl. 4-85) ermittelt worden. Die Berechnung des Geschwindigkeitspotentials an jedem beliebigen Punkt (P) des Außenraumes  $\bar{B}$  kann nach Gl. 4-81 durchgeführt werden:

$$\sum_{k=1}^K \tilde{\Phi}_k \sum_{j=1}^{h^{(j)}} \int_{\partial B^{(j)}} N_k^{(j)} \frac{\partial G(P, x^{(j)})}{\partial n} dS^{(j)} - \tilde{\Phi}(P) = \sum_{k=1}^K \hat{v}_{nk} \sum_{j=1}^{h^{(j)}} \int_{\partial B^{(j)}} N_k^{(j)} G(P, x^{(j)}) dS^{(j)} \quad \text{Gl. 4-81}$$

Der Schalldruck  $p(P)$  am Rand  $\partial B$  und im Außenraum  $\bar{B}$  lässt sich durch die schon hergeleitete Differentialgleichung (Gl. 4-60) ermitteln.

$$p(P) = \rho_0 \frac{\partial \Phi(P)}{\partial t} \quad \text{Gl. 4-60}$$

Für die Berechnung des Schalldruckpegels  $L_p$  wird die Hörschwelle  $p_0 = 0,00002 \text{ N/m}^2$  als Bezugsgröße verwendet:

$$L_p = 20 \lg \left( \frac{p(P)}{p_0} \right) \quad \text{Gl. 4-82}$$

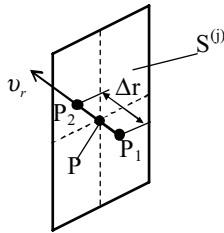
#### 4.3.6 b) Schallschnellepegel

Am Rand  $\partial B$  entsprechen die Luftschallschnellen in Betrag und Richtung den Körperschallschnellen, welche als Randbedingungen (Gl. 4-67) der BEM vorgegeben sind und somit nicht mehr berechnet werden müssen.

Im Außenraum  $\bar{B}$  muss die Luftschallschnelle durch partielle Ableitung des Geschwindigkeitspotentialfeldes (siehe Gl. 4-67) gewonnen werden.

$$v = -\text{grad } \Phi = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 4-58}$$

Mit Gl. 4-81 kann jedoch nicht ein Feld, sondern nur das Geschwindigkeitspotential an diskreten Punkten (P) berechnet werden, so dass für die Ermittlung der Schallschnelle das Geschwindigkeitspotential diskret abzuleiten ist, d.h. es wird das Geschwindigkeitspotential an den Punkten  $P_1$  und  $P_2$  mit dem Abstand  $\Delta r$  berechnet (siehe Abb. 4-4).



**Abb. 4-4: Randelement einer externen Fläche**

Die Schallschnelle  $v_r$  entlang dem Vektor  $\overrightarrow{P_1 P_2}$  kann nun mit Gl. 4-83 berechnet werden:

$$v_r = \frac{\tilde{\Phi}(P_2) - \tilde{\Phi}(P_1)}{\Delta r} \quad \text{Gl. 4-83}$$

Der Schallschnellepegel für Luft- und Körperschall berechnet sich mit der Bezugsgröße  $v_0 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$  nach Gl. 4-84:

$$L_v = 20 \lg \left( \frac{v}{v_0} \right) \quad \text{Gl. 4-84}$$

#### 4.3.6 c) Schallintensitätspegel

Aus dem Schalldruck am Punkt P und der mittleren Schallschnelle  $v_r(\overline{P_1 P_2})$  an den Punkten  $P_1$  und  $P_2$  lässt sich nach Gl. 4-85 die Schallintensität in Richtung der Schallschnelle berechnen:

$$I = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ p(P) \cdot v_r(\overline{P_1 P_2})^* \right\} \quad \text{Gl. 4-85}$$

Hierfür werden die Effektivwerte des komplexen Schalldruckes  $p(P)$  und der konjugiert komplexen Schallschnelle  $v_r(\overline{P_1 P_2})^*$  multipliziert. Der Realteil entspricht dabei der Schallintensität in Richtung des Vektors  $\overrightarrow{P_1 P_2}$ .

Bei der Schallintensität beträgt die Bezugsgröße  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ , wodurch sich der Pegel nach Gl. 4-86 berechnen lässt:

$$L_I = 10 \lg \left( \frac{I}{I_0} \right) \quad \text{Gl. 4-86}$$

#### 4.3.6 d) SchalleLeistungspegel

Werden die Punkte  $P_1$  und  $P_2$  so gewählt, dass der Vektor  $\overline{P_1 P_2}$  normal zur Fläche  $S^{(j)}$  steht (siehe Abb. 4-4), ergibt sich die Schalleistung durch eine Anzahl von  $N_{el}$  Elementen zu:

$$P = \sum_{j=1}^{N_{el}} I^{(j)} S^{(j)} \quad \text{Gl. 4-87}$$

Folglich ermittelt sich der SchalleLeistungspegel mit der Bezugsgröße  $P_0 = 10^{-12} \text{ W}$  nach Gl. 4-88:

$$L_W = 10 \lg \left( \frac{P}{P_0} \right) \quad \text{Gl. 4-88}$$

## 5. Grundlagen der experimentellen Modalanalyse

Die experimentelle Modalanalyse dient, genauso wie die analytische, der Extraktion der modalen Parameter einer Struktur. Im Gegensatz zur rechnerischen Modalanalyse werden hier jedoch nicht Eigenwertanalysen angewendet, sondern mittels Curve-Fitting-Verfahren werden die Koeffizienten von Funktionen bestimmt, welche die gemessenen Daten mit möglichst hoher Übereinstimmung annähern [17]. Für komplexe Strukturen mit annähernd linearem Verhalten und nah beieinander liegenden Eigenfrequenzen sind hierfür Multiple-Degree-of-Freedom-Methoden (MDOF) anzuwenden, die mehrere Referenzen  $j$  ( $j_{\max} = J$ ) bei mehreren hundert Antwortkoordinaten  $k$  ( $k_{\max} = K$ ) berücksichtigen können (MIMO – Multiple Input Multiple Output), wie z.B. die in dieser Arbeit angewandte Frequency Polyreference Residue Technique. Diese arbeitet in der Frequenzebene und berücksichtigt die Residuen durch die Moden außerhalb des betrachteten Frequenzbereichs. Für die Extraktion aller modalen Parameter sind somit folgende Schritte notwendig:

- Messung der Referenz- und Antwortzeitsignale  $f_j(t)$  und  $x_k(t)$
- Multiplikation der Zeitsignale mit Fensterfunktionen  $w(t)$
- Transformation in den Frequenzbereich: 
$$X_k(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_k(t)w(t)e^{-i\omega t} dt$$
- Bildung der Übertragungsfunktionen (FRF): 
$$H_{jk}(\omega) = \frac{X_j(\omega)}{F_k(\omega)}$$
- Bestimmung der modalen Parameter für jede einzelne FRF
- Parameterauswahl nach Stabilitätskriterien
- Berechnung der modalen Kennwerte der Struktur mittels aller FRF

### 5.1 Parameterbestimmung und -auswahl

Sind die Übertragungsfunktionen zwischen den  $K$  Referenzen und den  $J$  Antwortorten gebildet, werden in einem ersten Schritt die modalen Dämpfungen und die Eigenfrequenzen bestimmt, die der gesamten Struktur eigen sind und somit bei jeder FRF gleich sein sollten. Für die Parameterbestimmung bei der experimentell ermittelten Übertragungsfunktion  $H_{jk}(\Omega)$  wird der analytische Ansatz, der auch der analytischen Forced Response Analysis (Gl. 430) zugrunde liegt, verwendet. Der Einfluss der Eigenfrequenzen außerhalb des zwangsläufig nach oben zu begrenzenden, aber auch nach unten begrenzbaren Frequenzbereichs  $\Omega_{\min} \dots \Omega_{\max}$  der die Eigenfrequenzen  $m_1 \dots m_2$  umschließt, wird durch die Residuenmasse  $M_{jk}^R$  und –steifigkeit  $K_{jk}^R$  in Gl. 5-1 berücksichtigt:

$$\tilde{H}_{jk}(\Omega) = -\frac{1}{\Omega^2 M_{jk}^R} + \sum_{r=m_1}^{m_2} \frac{A_{rjk}}{\omega_r^2 + i\Omega^2 - 2i\Omega\omega_r\xi_r} + \frac{1}{K_{jk}^R} \quad \text{Gl. 5-1}$$

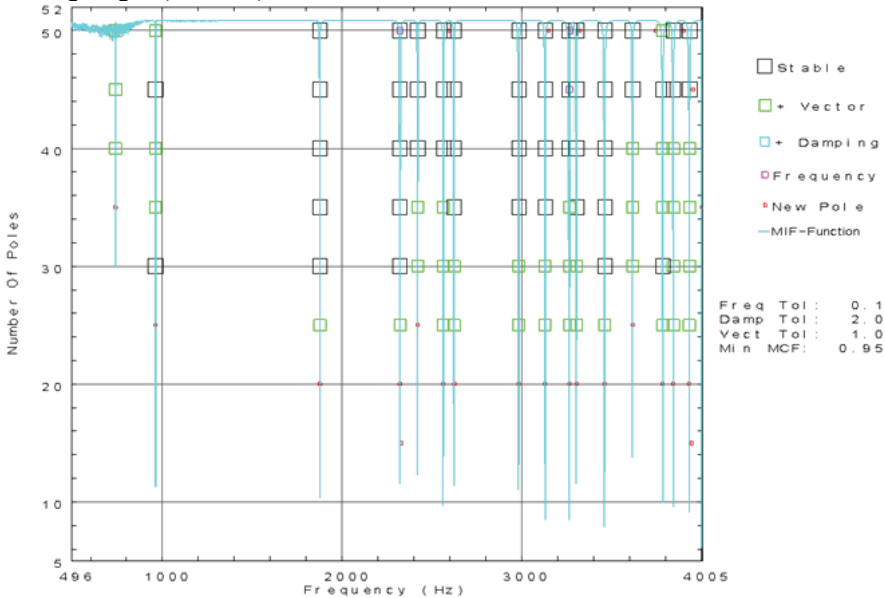
Durch Bildung der Fehlerquadratsumme (Gl. 5-2)

$$E_{jk} = \sum_{\Omega=\Omega_{\min}}^{\Omega_{\max}} (H_{jk}(\Omega) - \tilde{H}_{jk}(\Omega))^2 \quad \text{Gl. 5-2}$$

und partieller Differenzierung nach den Unbekannten  $q$

$$\frac{\partial E_{jk}}{\partial q} = 0 \quad ; \quad q = A_{1jk}, A_{2jk}, \dots, \omega_1, \omega_2, \dots, \eta_1, \eta_2, \dots, K_{jk}^R, M_{jk}^R. \quad \text{Gl. 5-3}$$

können die gesuchten Parameter mittels iterativen, nichtlinearen least-square Techniken für jede FRF separat ermittelt werden. Die Anzahl der Eigenfrequenzen und damit die Anzahl der zu berechnenden Pole  $m_1$ - $m_2+1$  im zu analysierten Frequenzbereich ist jedoch a priori nicht bekannt. Um diese zu bestimmen, werden die Anzahl an Polen schrittweise erhöht und die Werte, die über alle FRF stabil sind, in einer Stabilitätsmatrix aufgetragen (Abb. 5-1).



**Abb. 5-1: Stabilitätsmatrix mit MIF-Funktion**

Pole, die bei steigender Anzahl an verwendeten Polen nicht konvergieren, können als rechnerisch angenommen werden [11]. Die maximale Anzahl an Polen wird in der Literatur [28 et al.] gleich dreimal so groß wie die zu erwartenden Anzahl an experimentellen Moden angegeben. Zur Unterscheidung von physikalischen und rechnerischen Ei-

genfrequenzen können zudem noch die Mode Indicator Function (MIF) und der Modal Confidence Factor (MCF) herangezogen werden [66] [17]. Der MCF wertet sich wiederholende Phasenbeziehungen aus, die von physikalischen Moden erfüllt werden, jedoch bedeutungslos für rechnerische sind. Er geht gegen Eins bei physikalischen und gegen Null bei rechnerischen Moden [77]. Die MIF berechnet sich zu:

$$MIF = \frac{\sum [\text{Real}(H) | H |]}{\sum | H |^2} \quad \text{Gl. 5-4}$$

Diese Funktion hat den maximalen Wert Eins, wobei jedes Minimum eine Eigenfrequenz anzeigt [11] (siehe Abb. 5-1).

Sind die Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen im untersuchten Frequenzbereich festgelegt, können die Eigenformen mit Polyreferenztechniken ermittelt werden.

## 5.2 Frequency Polyreference Residue Technique

Die in dieser Arbeit angewandte Polyreference Residue Technique berücksichtigt Antwortfunktionen von mehreren Referenzen, um mit least-square Techniken die globalen Parameter zu erhalten [46]. Diese Technik basiert wie die meisten MIMO – Techniken, die in der Frequenzebene arbeiten, auf der Impuls-Antwort Funktion, welche die Schwingungsantwort am Ort j durch die normierte Anregung am Ort k wiedergibt [17] und wurde von Vold [78] für den Zeitbereich entwickelt:

$$h_{rjk}(t) = A_{1jk} e^{\left(-\xi_r \omega_r + i \omega_r \sqrt{1-\xi_r^2}\right)t} + A_{2jk} e^{\left(-\xi_r \omega_r - i \omega_r \sqrt{1-\xi_r^2}\right)t} \quad \text{Gl. 5-5}$$

$$h_{rjk}(t) = A_{1jk} e^{s_r^* t} + A_{2jk} e^{s_r^* t} \quad \text{mit} \quad s_r = -\xi_r \omega_r + i \omega_r \sqrt{1-\xi_r^2} \quad \text{Gl. 5-6}$$

Durch Superposition der N Moden erhält man die Impuls-Antwort Funktion eines MDOF-Systems.

$$h_{jk}(t) = \sum_{r=1}^N \left( A_{1jk} e^{s_r^* t} + A_{2jk} e^{s_r^* t} \right) \quad \text{Gl. 5-7}$$

$$h_{jk}(t) = \sum_{r=1}^{2N} A_{rjk} e^{s_r^* t} \quad A_{r+1} = A_r^* \quad s_{r+1} = s_r^* \quad r=1,3,5,7 \quad \text{Gl. 5-8}$$

Mittels Fourier-Transformation [66] kann die Antwortfunktion in die Frequenzebene überführt werden, so dass man die komplexe Übertragungsfunktion (Gl. 5-9) erhält:

$$H_{jk}(\Omega) = \sum_{r=1}^{2N} \frac{A_{rjk}}{i\Omega - s_r} \quad \text{Gl. 5-9}$$

Die Gleichungen für jede der L Frequenzlinien im zu analysierenden Frequenzbereich  $\Omega_{\max} - \Omega_{\min}$  bilden das Gleichungssystem (Gl. 5-10).

$$\begin{Bmatrix} H_{jk}(\Omega_{\min}) \\ \vdots \\ H_{jk}(\Omega) \\ \vdots \\ H_{jk}(\Omega_{\max}) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{i\Omega_{\min}-s_1} & \cdots & \frac{1}{i\Omega_{\min}-s_r} & \cdots & \frac{1}{i\Omega_{\min}-s_{2N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{i\Omega-s_1} & \cdots & \frac{1}{i\Omega-s_r} & \cdots & \frac{1}{i\Omega-s_{2N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{i\Omega_{\max}-s_1} & \cdots & \frac{1}{i\Omega_{\max}-s_r} & \cdots & \frac{1}{i\Omega_{\max}-s_{2N}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{1jk} \\ \vdots \\ A_{rjk} \\ \vdots \\ A_{2Njk} \end{Bmatrix} \quad \text{Gl. 5-10}$$

Um mehrere Antwortfunktionen, die sich vorläufig noch alle auf eine Referenz beziehen (SIMO – Single Input Multiple Output), zu Berücksichtigen lässt sich Gl. 506 erweitern zu:

$$\begin{bmatrix} H_k(\Omega_{\min}) & \cdots & H_{jk}(\Omega_{\min}) & \cdots & H_{Jk}(\Omega_{\min}) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_k(\Omega) & \cdots & H_{jk}(\Omega) & \cdots & H_{Jk}(\Omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_k(\Omega_{\max}) & \cdots & H_{jk}(\Omega_{\max}) & \cdots & H_{Jk}(\Omega_{\max}) \end{bmatrix}_{K \times J} = \begin{bmatrix} \frac{1}{i\Omega_{\min}-s_1} & \cdots & \frac{1}{i\Omega_{\min}-s_r} & \cdots & \frac{1}{i\Omega_{\min}-s_{2N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{i\Omega-s_1} & \cdots & \frac{1}{i\Omega-s_r} & \cdots & \frac{1}{i\Omega-s_{2N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{i\Omega_{\max}-s_1} & \cdots & \frac{1}{i\Omega_{\max}-s_r} & \cdots & \frac{1}{i\Omega_{\max}-s_{2N}} \end{bmatrix}_{2N \times 2N} \begin{bmatrix} A_{1k} & \cdots & A_{jk} & \cdots & A_{Jk} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1k} & \cdots & A_{jk} & \cdots & A_{Jk} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{2Nk} & \cdots & A_{2Njk} & \cdots & A_{2NJk} \end{bmatrix}_{2N \times 2N} \quad \text{Gl. 5-11}$$

Bei der Erweiterung des SIMO Gleichungssystems (Gl. 5-11) auf die MIMO Technik sind die Übertragungswerte  $H_k(\Omega)$  als K-dimensionale Spaltenmatrizen zu betrachten, wobei jeder Wert der Matrix einem Anregungspunkt k zugeordnet ist. Um dieser Erweiterung auf der rechten Seite Rechnung zu tragen, wird berücksichtigt, dass die Eigenformen, die von jedem Anregungspunkt initiiert werden, sich nur durch eine unterschiedliche Skalierung  $W_{rk} = A_{rk} / A_{rkref}$  bezüglich der Referenz  $A_{rkref}$  unterscheiden. D.h., die Relationen der Vektorkomponenten zueinander sind identisch. Für eine Zeile von Gl. 5-11 (gestrichelte Umrandung) entsteht bei mehreren Anregungsorten das Unter-Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} H_k(\Omega) & \cdots & H_{jk}(\Omega) & \cdots & H_{Jk}(\Omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_k(\Omega) & \cdots & H_{jk}(\Omega) & \cdots & H_{Jk}(\Omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_k(\Omega) & \cdots & H_{jk}(\Omega) & \cdots & H_{Jk}(\Omega) \end{bmatrix}_{K \times J} = \begin{bmatrix} W_{1k} & \cdots & W_{rk} & \cdots & W_{2Nk} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{1k} & \cdots & W_{rk} & \cdots & W_{2Nk} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{1k} & \cdots & W_{rk} & \cdots & W_{2Nk} \end{bmatrix}_{K \times 2N} \begin{bmatrix} \frac{1}{i\Omega-s_1} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{i\Omega-s_r} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & \frac{1}{i\Omega-s_{2N}} \end{bmatrix}_{2N \times 2N} \begin{bmatrix} A_{1k} & \cdots & A_{jk} & \cdots & A_{Jk} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1k} & \cdots & A_{jk} & \cdots & A_{Jk} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{2Nk} & \cdots & A_{2Njk} & \cdots & A_{2NJk} \end{bmatrix}_{2N \times 2N} \quad \text{Gl. 5-12}$$

In Kurzform kann dies ausgedrückt werden mit

$$[H(\Omega)]_{K \times J} = [[W]_{K \times 2N} [U(\Omega)]_{2N \times 2N}] [A]_{2N \times J}, \quad \text{Gl. 5-13}$$

[W] ist hierbei die Korrelationsmatrix und resultiert aus den Amplitudenverhältnissen der aufsummierten FRFs einer Referenz.

Berücksichtigt man die Residuen an den Frequenzbereichsrändern, müssen die Matrizen [W], [U] und [A] erweitert werden zu [W]\*, [Z]\* und [A]\* (Gl. 5-14 und Gl. 5-15):

$$[H(\Omega)]_{K \times J} = \begin{bmatrix} W_{11} & \dots & W_{r1} & \dots & W_{2N1} & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ W_{1k} & \dots & W_{rk} & \dots & W_{2Nk} & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{1K} & \dots & W_{rK} & \dots & W_{2NK} & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{K \times 2N+2K}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{i\Omega - \gamma_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{1}{i\Omega - \gamma_{2N}} \\ & & \frac{1}{\Omega^2} & \dots & 0 \\ & & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & 0 & \dots & \frac{1}{\Omega^2} \\ & & & & 1 & \dots & 0 \\ & & & & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & & & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{2N+2K \times 2N+2K}$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{1J} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{2N1} & \dots & A_{2NJ} \\ \frac{1}{M_{11}^R} & \dots & \frac{1}{M_{J1}^R} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{M_{1K}^R} & \dots & \frac{1}{M_{JK}^R} \\ \frac{1}{K_{11}^R} & \dots & \frac{1}{K_{J1}^R} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{K_{1K}^R} & \dots & \frac{1}{K_{JK}^R} \end{bmatrix}_{2N+2K \times J} \quad \text{Gl. 5-14}$$

$$[H(\Omega)]_{K \times J} = \begin{bmatrix} [W]_{K \times 2N} & [I]_{K \times K} & [I]_{K \times K} \end{bmatrix}_{K \times 2N+2K} \begin{bmatrix} [U(\Omega)] \\ [Y(\Omega)] \\ [Z] \end{bmatrix}_{2N+2K \times 2N+2K} \begin{bmatrix} [A]_{2N \times J} \\ [M^R]_{K \times J} \\ [K^R]_{K \times J} \end{bmatrix}_{2N+2K \times J} \quad \text{Gl. 5-15}$$

$$[H(\Omega)]_{K \times J} = \begin{bmatrix} [W]_{K \times 2N+2K}^* & [U(\Omega)]_{2N+2K \times 2N+2K}^* \end{bmatrix} [A_{jk}]_{2N+2K \times J}^* \quad \text{Gl. 5-16}$$

Das Einfügen der Residuentерme in Gl. 5-11 ergibt schließlich das zu lösende Gleichungssystem der Polyreferenztechnik:

$$\begin{bmatrix} [H(\Omega_{\min})]_{K \times J} \\ \vdots \\ [H(\Omega)]_{K \times J} \\ \vdots \\ [H(\Omega_{\max})]_{K \times J} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [W]^* [U(\Omega_{\min})]^* \\ \vdots \\ [W]^* [U(\Omega)]^* \\ \vdots \\ [W]^* [U(\Omega_{\max})]^* \end{bmatrix} [A_{jk}]^* \quad \text{Gl. 5-17}$$

Mittels des kleinsten Fehlerquadrats können nun die Eigenfrequenzen berechnet werden (Gl. 5-18 – Gl. 5-19).

$$[H] = [P][A] \quad \text{Gl. 5-18}$$

$$[P]^T [H] = [P]^T [P][A] \quad \text{Gl. 5-19}$$



$$[A] = \begin{bmatrix} [P]^T & [P] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [P]^T & [H] \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 5-20}$$

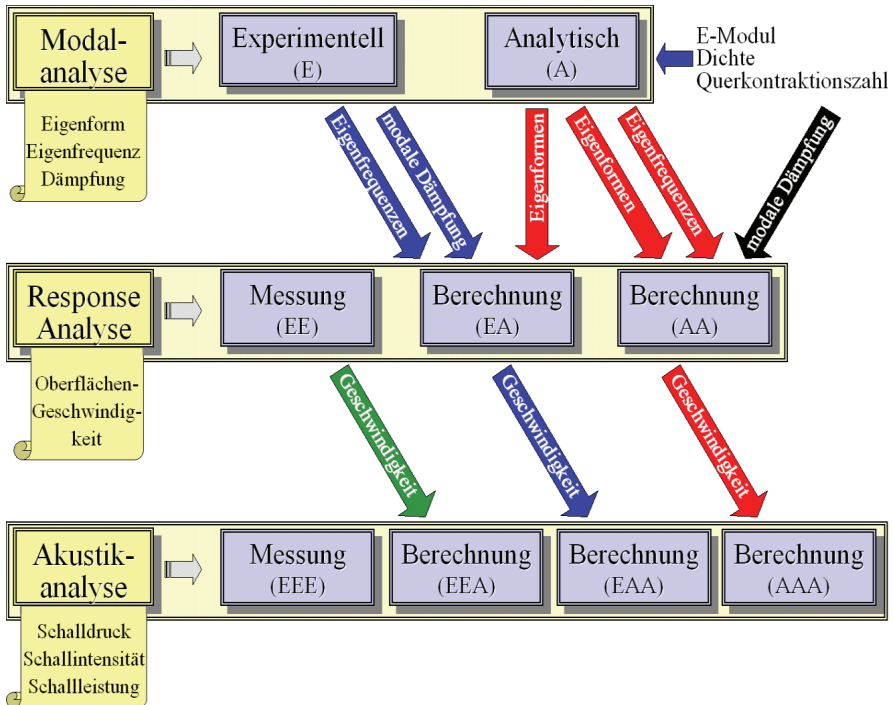
Für die Transformation der dynamischen Eigenschaften in den Modalraum können bei schwacher Dämpfung und linearem Strukturverhalten reale Moden vorausgesetzt werden [38], d.h. der ermittelte imaginäre Teil der Eigenformen  $A_{jk}$  ist vernachlässigbar.

## 6. Vergleichs- und Bewertungstechniken

Um die Effektivität von globalen Model-Updating-Methoden zu bewerten, Modelle unterschiedlicher Komplexität gegenüberzustellen und die Simulationsungenauigkeiten der einzelnen Berechnungsschritte zu quantifizieren, wurden in dieser Arbeit die folgenden Vergleichs- und Bewertungstechniken angewendet.

### 6.1 Auftrennung der Berechnungskette

Eine systematische Untersuchung der Ungenauigkeiten bei der Schallabstrahlungssimulation hat dem Umstand Rechnung zu tragen, dass nicht nur die Eingangsparameter E-Modul, Dichte, Querkontraktionszahl, modale Dämpfung und der Aufbau des FE-Netzes Einfluss auf das Ergebnis nehmen, sondern auch jeder der drei Berechnungsschritte eine unterschiedliche Fehlersensitivität bezüglich seiner Eingangsgrößen aufweist.



**Abb. 6-1: Berechnungskette mit Model-Updating-Methoden**

Eine Quantifizierung der Ursachen der bei jedem Simulationsschritt entstehenden Abweichungen zur Messung ist deshalb nur durch eine Auftrennung der Berechnungskette möglich. Hierbei muss gewährleistet sein, dass die Fehler der vorangegangenen Berechnungsschritte die Genauigkeit der aktuellen Simulation nicht beeinträchtigen. Ein mehrstufiges Verfahren wurde deshalb entwickelt, das durch Anpassung der globalen Parameter des Rechenmodells (globales Model-Updating) auch bei komplexen, nicht analytisch beschreibbaren Strukturen durchführbar ist. In Abb. 6-1 ist hierfür das Flussdiagramm der strukturdynamischen Größen dargestellt. Horizontal sind die drei Untersuchungsebenen Modalanalyse (1), Response Analysis (2) und Schallabstrahlungsanalyse (3) aufgetragen. Um die Genauigkeit jedes Simulationsschrittes quantifizieren zu können, werden deshalb Vergleiche zwischen Messung und Berechnung auf allen Ebenen durchgeführt.

In einem ersten Schritt werden folglich eine experimentelle Modalanalyse durchgeführt und die analytischen Eigenformen mit der Finite-Element-Methode bestimmt. Als Vergleichsgrößen werden hier die Eigenfrequenzen und Eigenformen herangezogen.

Um differenzierte Aussagen über die Abweichungen bei der Frequenzganganalyse (Forced Response Analysis) treffen zu können, werden zwei Berechnungen durchgeführt und den gemessenen Geschwindigkeiten gegenübergestellt. Die erste Berechnung ermöglicht die Bestimmung des Fehlers, der durch die Response Analysis hervorgerufen wird. Hierfür werden die modalen Dämpfungen und die Eigenfrequenzen der Messung verwendet. Die Anpassung des Response-Modells mit experimentellen Eigenfrequenzen ist zwar in der bekannten Literatur nicht dokumentiert, wird jedoch auch von Zehn, Schmidt [85] vorgeschlagen, denn diese Parameter sind experimentell leicht zugänglich und haben vor allem bei hohen Frequenzdichten einen beträchtlichen Einfluss auf das Ergebnis. Die Eigenformen werden bei dieser Rechnung hingegen von der Simulation übernommen, um später bei diesem (blauen) Simulationspfad eine fehleranfällige geometrische Interpolation der Schwingformen für die Schallabstrahlungsberechnung zu vermeiden. Die Bezeichnung (EA) dieser Analyse gibt darüber Auskunft, dass experimentelle Ergebnisse (E) vom ersten Simulationsschritt verwendet werden und der zweite Schritt analytisch (A) durchgeführt wird. Die zweite Frequenzganganalyse basiert hingegen nur auf den berechneten Ergebnissen des vorangegangenen Simulationsschrittes und auf Literatur-, bzw. Erfahrungswerten für die modalen, viskosen Dämpfungen bei vergleichbaren Objekten, wie es der Fall ist, wenn kein Prototyp für experimentelle Untersuchungen vorhanden ist. Der Vergleich der beiden Berechnungen zueinander gibt Aufschluss darüber, zu welchem Anteil sich die Abweichungen der analytischen Modalanalyse durch die nicht berechenbare modale Dämpfung und die Fehler der analytischen Forced Response Analysis gegenseitig addieren.

Der gemessene Luftschall an der Gehäuseoberfläche, an externen Flächen und nach DIN 45635-23 wird auf der dritten Ebene konsequenterweise mit den Ergebnissen drei-

er Schallabstrahlungsberechnungen verglichen. Neben dem rein analytischen (roten) und dem Simulationspfad, in den die experimentellen modalen Dämpfungen und Eigenfrequenzen einfließen (blau) wird hier noch eine zusätzliche Berechnung durchgeführt, die auf den gemessenen Oberflächengeschwindigkeiten basiert.

Dieses Vorgehen bei der Auftrennung der Berechnungskette ermöglicht eine genaue Quantifizierung der Simulationsungenauigkeiten und deren Auswirkung auf die folgenden Berechnungsschritte. Die stufenweise Anpassung globaler Parameter erlaubt es zudem, zu beurteilen, mit welchen Messergebnissen das Simulationsmodell am effektivsten verbessert werden kann.

## 6.2 MAC- und NMD-Wert

Die quantitative Bestimmung des Korrelationsgrades zwischen rechnerisch und experimentell ermittelten Eigenformen erfolgt üblicherweise mit MAC-Werten. Das Modal Assurance Criterion (MAC) vergleicht die Eigenvektoren mit Hilfe des kleinsten Fehlerquadrates [1]. Der MAC-Wert berechnet sich nach Maia [39] zu:

$$MAC(\{\phi_X\}, \{\phi_A\}) = \frac{|\{\phi_X\}^T \{\phi_A\}|^2}{(\{\phi_X\}^T \{\phi_X\})(\{\phi_A\}^T \{\phi_A\})} \quad \text{Gl. 6-1}$$

$\{\phi_X\}$  steht dabei für die experimentell ermittelte Eigenform in Form einer Spaltenmatrix und  $\{\phi_A\}$  für die rechnerisch ermittelte Eigenform. Sind die zu vergleichenden Eigenvektoren orthogonal, ergibt sich ein MAC-Wert von Null. Bei Kollinearität ergibt sich ein MAC-Wert von Eins.

Um die Eigenformen der Messung und der Rechnung einander zuordnen zu können, werden mittels des MAC-Wertes jeder experimentell ermittelte Eigenvektor mit jeder rechnerisch bestimmten Eigenform verglichen und die Ergebnisse in einem 3-D Diagramm (MAC-Matrix) dargestellt (siehe Abb. 7-5). Bei Kollinearität der zueinander gehörenden Eigenformen (Correlated Mode Pairs – CMPs) und Orthogonalität aller anderen Eigenformen werden die MAC-Werte auf der Diagonalen zu Eins und alle anderen zu Null. In der Praxis erfolgt die Zuordnung, aufgrund der unvollständigen Kollinearität, indem der experimentell ermittelten Eigenform die rechnerische Eigenform mit dem höchsten MAC-Wert zugewiesen wird. Dieses Vorgehen hat zur Folge, dass bei schlechter Übereinstimmung der Eigenvektoren einer Eigenform der Simulation zwei Eigenformen der EMA zugewiesen werden können. Umgekehrt ist dies nicht möglich.

Die Definition des MAC-Wertes hat zur Folge, dass er bei relativ niedriger Übereinstimmung sehr sensibel auf Abweichungen reagiert, bei relativ hoher Übereinstimmung Korrelationsunterschiede jedoch kaum deutlich werden. Diese Nichtlinearität ist sehr hilfreich bei der Zuordnung der CMPs, für den Vergleich mit den Abweichungen der Größen anderer Analyseschritte ist jedoch der lineare NMD-Wert (Normalised Modal Difference) besser geeignet. Der NMD-Wert repräsentiert den gemittelten Anteil der

relativen Abweichung von jedem Freiheitsgrad zwischen zwei Moden. Bei einer Abweichung an jedem Knoten von z. B. 10% beträgt der NMD-Wert 0,1. Der NMD-Wert ist durch die Gl. 6-2 mit dem MAC-Wert verknüpft [39].

$$NMD = \sqrt{\frac{1 - MAC}{MAC}} \quad \text{Gl. 6-2}$$

### 6.3 Vergleich von Pegelgrößen

Für den Vergleich akustischer Größen untereinander werden üblicherweise Pegel verwendet. Um die Abweichungen der Eigenformen denen der Schallkenngrößen gegenüberzustellen, müssen auch diese in Pegel umgerechnet werden. Durch die ausschließlich relative Aussagekraft von Moden lässt sich für den NMD-Wert kein Pegel berechnen, jedoch kann, bei der Behandlung des NMD-Wertes als Feldgröße, die Pegeldifferenz mit Gl. 6-3 berechnet werden.

$$\Delta L_{NMD} = 20 \lg(NMD + 1) \quad \text{Gl. 6-3}$$

In dieser Arbeit werden bei allen Simulationsschritten und Resonanzfrequenzen  $n$  ( $n_{\max} = N$ ) die strukturdynamischen und akustischen Kenngrößen  $x$  an allen Messpunkten  $j$  ( $j_{\max} = J$ ) der Außenflächen der Objekte ermittelt. Für die Bewertung von Pegelgrößen wird zunächst für jede Resonanzfrequenz  $n$  das arithmetische Mittel über alle  $J$  Messpunkte gebildet und anschließend daraus der Pegel bestimmt:

$$\bar{L}_{x_n} = c_1 \lg \frac{\bar{x}_n(n)}{x_o} \text{ dB} = c_1 \lg \frac{\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J x(n, j)}{x_o} \text{ dB} \quad \text{Gl. 6-4}$$

$c_1$  hat in Gl. 6-4 den Wert 20 für Feldgrößen und den Wert 10 für Energiegrößen. Für die Bewertung der mittleren Schallpegel aller  $N$  Resonanzfrequenzen wird in dieser Arbeit einerseits der Summenpegel [26] verwendet (Gl. 6-5):

$$\bar{L}_{x_{Sum}} = c_1 \lg \frac{\sum_{n=1}^N x_o 10^{\frac{\bar{L}_{x_n}}{c_1}}}{x_o} \text{ dB} \quad \text{Gl. 6-5}$$

Hier wird durch Pegeladdition der Summenpegel über alle  $N$  Resonanzfrequenzen gebildet, so dass Frequenzen mit größeren Amplituden entsprechend gewichtet werden. Damit ist der Summenpegel vor allem bei sehr breitbandiger Anregung aussagefähig, bei der davon ausgegangen werden kann, dass die dominierenden Eigenfrequenzen immer angeregt werden und somit die Anregung vergleichbar mit der hier verwendeten normierten Anregung ist. Andererseits können bei schmalbandiger Anregung, oder wenn nur bei einzelnen Frequenzen eine Anregung stattfindet, die Ergebnisse von anregungsnormierten Parameterstudien besser auf reale Problemstellungen übertragen werden, wenn eine arithmetische Mittelung der Pegel durchgeführt wird (Gl. 6-6).

$$\bar{L}_{x \text{ Arith}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \bar{L}_{x n} \quad \text{Gl. 6-6}$$

Die Effekte von Strukturoptimierungsmaßnahmen bei Eigenformen mit großer Dämpfung oder großer modaler Masse werden hier gleich gewichtet wie bei stark schwingenden Eigenformen. Denn bei schmalbandiger Anregung bestimmt nicht die Eigenfrequenz mit der größten „Neigung“ zum Schwingen die gesamte Schallabstrahlung, sondern maßgebend sind die tatsächlich angeregten Eigenfrequenzen.

## 7. Validierung der Berechnungsmethoden

Für eine weitere Reduzierung der Entwicklungszeiten bei akustisch zu optimierenden Gehäusen ist es nicht mehr ausreichend, Schallabstrahlungsberechnungen mit nur qualitativer Aussagekraft heranzuziehen, um die Lärmemission mittels Variantenrechnungen iterativ zu minimieren. Vor allem wenn bei der Ausgangsvariante schon viel Erfahrung einfluss und theoretische Grundlagen berücksichtigt wurden, unterschreitet die Differenz bei der simulierten Schallemission zweier Varianten sehr schnell die Simulationsgenauigkeit. Die Streuung der Ergebnisse ist somit ein notwendiges Abbruchkriterium für eine effiziente, iterative Strukturoptimierung. Bei der Entwicklung neuer Modelle sind, neben der Streuung, auch Kenntnisse über tendenzielle, systematische Abweichungen der Mittelwerte Voraussetzung, um entscheiden zu können, ob die Simulationsergebnisse gewährleisten, dass das Produkt definierte Grenzwerte nicht überschreitet.

Ein erster notwendiger aber nicht hinreichender Schritt zu einer diesbezüglichen Validierung der FE/BE-Methode ist der von Wender et al. [84] durchgeführte Vergleich mit dem Schallfeld einer Kugel. Jeder weitere Schritt hin zur Quantifizierung der Streuung und Mittelwertsabweichung besitzt eine beträchtlich höhere Komplexität, denn durch das Fehlen geschlossener Lösungen ist die Validierung nur noch durch Messungen möglich. Während die Fehler der Messtechnik und der digitalen Auswertung nachweisbar gering im Vergleich zu denen der Simulation sind, können die Auswirkungen von Geometrieunterschieden nur über die Resultate von ausreichend vielen exemplarischen Rechnungen statistisch erfasst werden.

Die Simulation des Getriebes mit Innenteilen oder gar eines ganzen Antriebsstranges ist zu fehlerbehaftet, und zudem sind zu viele Eingangsparameter nicht exakt bekannt, um als sequentieller Validierungsschritt eine umfassende, lückenlose Interpretation aller Ergebnisse zu erlauben und den Einfluss der Parameter zu quantifizieren. Deshalb wird die Berechnungsmethodik in dieser Arbeit an einzelnen Bauteilen (Gehäusen) ohne Fügestellen und Lager durchgeführt, um Nichtlinearitäten auf ein unbedeutendes Maß zu reduzieren.

Das angewendete Verfahren bei der Validierung der FE/BE-Methode mit Referenzgetriebegehäusen abgestufter Komplexität ist im Flussdiagramm (Abb. 7-1) wiedergegeben (Anmerkung: Alle roten Pfeile und Kästen stellen dabei Schnittstellen bzw. Programme dar, die selbst programmiert wurden mussten). Der erste wichtige Schritt ist die Vernetzung aller Modelle. Hierfür bildet einerseits die CAD-Geometrie und andererseits die digitalisierte, triangularisierte und aufbereitete physikalische Struktur die Grundlage für das Fez-Modell. Für die Modellierung des BEM-Modells ist keine exakte Strukturnachbildung erforderlich, so dass hierfür die CAD-Geometrie als Grundlage ausrei-

chend ist. Für die Bewertung der Schallabstrahlung in den Außenraum wurden Externe Flächen und Punkte frei bzw. nach DIN 45635-23 definiert.

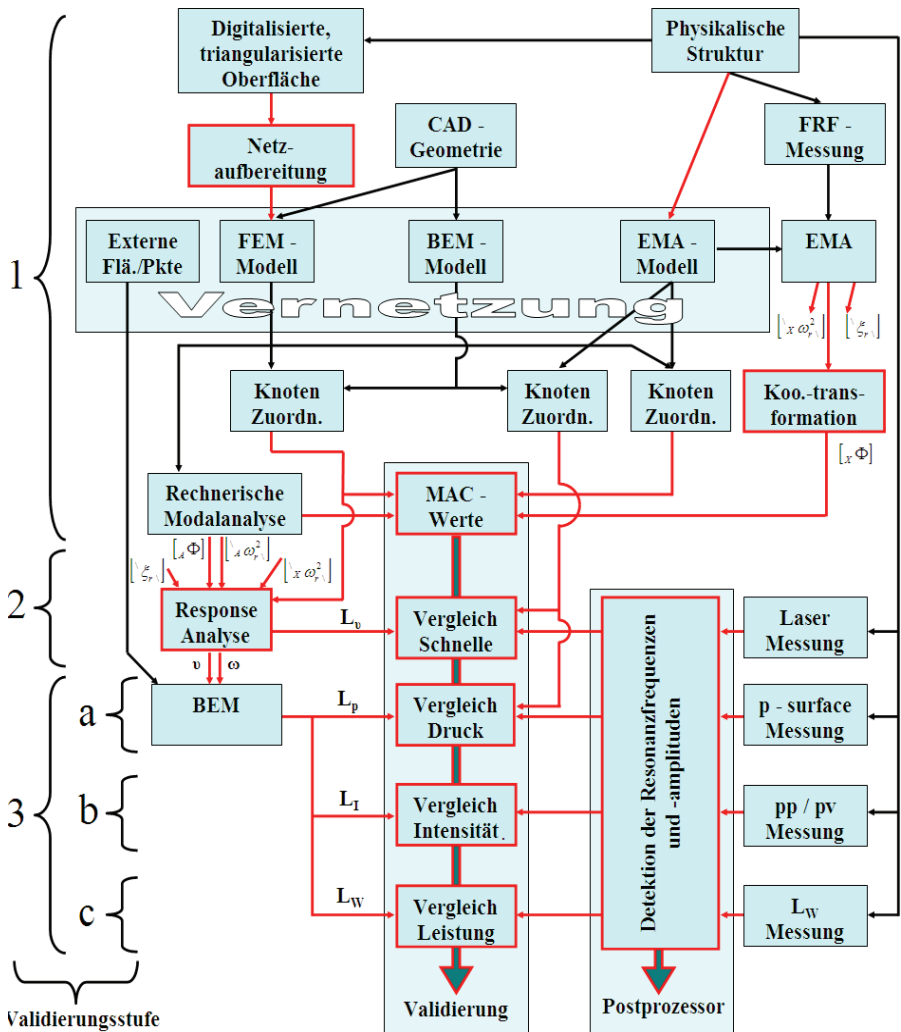


Abb. 7-1: Programme, Schnittstellen und Datenfluss zur Validierung der Schallabstrahlungsberechnung an den Getriebegehäusen



Für die Experimentelle Modalanalyse (EMA) wird das grobe Messstellennetz (EMA-Modell) benötigt, mit dem die über die gemessenen Übertragungsfunktionen (FRFs) bestimmten experimentellen Eigenformen dargestellt werden. Durch räumliche Zuordnung der Knoten der verschiedenen Modelle können die Eigenformen der EMA mit denen der Rechnerischen Modalanalyse mittels MAC-Werten miteinander verglichen werden. Bei der zweiten und dritten Validierungsstufe werden die rechnerisch ermittelten Größen wie Schnelle, Schalldruck an der Oberfläche, Schallintensität und Schallleistung ebenso mit Messwerten verglichen. Hierzu werden bei den Resonanzfrequenzen die gemessenen Größen aus den Frequenzgängen herausgesucht (Peak detection). Diese können dann mit dem Postprozessor visualisiert werden.

## 7.1 Die Referenzgehäuse

Zur Validierung der FE/BE-Berechnungsmethode und zur Untersuchung des Einflusses der Gehäusekomplexität auf die Simulationsgenauigkeit wurden drei unterschiedliche Getriebegehäuse ausgewählt, deren Abbildungen und Eckdaten in Tabelle 7-1 wiedergegeben sind.

Das Ovale Prinzipgetriebegehäuse (OPG) ist unverrippt und repräsentiert somit die einfachste Form eines Gehäuses, bestehend aus ebenen Flächen, gekrümmten Flächen und einem Flansch. Die Spezialanfertigung dieses OPGs und die Verfügbarkeit für diese Arbeit eröffnet die Möglichkeit, die Validierung an einer Geometrie durchzuführen, die mit den theoretischen Grundlagen der direkten BEM sehr gut erfasst werden kann, d.h. es treten keine Störungen des Schallfeldes durch nah beieinander stehende Rippen auf.

Da zu erwarten ist, dass die Simulationsgenauigkeit von der Komplexität des Getriebes abhängt, ist bei den zwei weiteren Referenzobjekten der Komplexitätsgrad schrittweise erhöht, um dem Anwender die Möglichkeit zu geben, die Genauigkeit des Verfahrens in Abhängigkeit von der Art und der Komplexität der Struktur einzuschätzen.

Das DaimlerChrysler-Hinterachsgetriebegehäuse Typ NCV2, das bei Transportern wie z.B. dem Vito zum Einsatz kommt, stellt im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen ein Bauteil mittlerer Komplexität dar, da es nur einzelne Rippen besitzt. Durch die runde Form und die sehr massiv ausgeführte obere Hälfte ist die Steifigkeit dieses Gehäuses sehr hoch. Dies ist im Vergleich zu kastenförmigen Gehäusen akustisch vorteilhaft [21].

Das ZF 6S850 Ecolite Getriebegehäuse, das für leichte Nutzfahrzeuge konzipiert ist, neigt durch seine Kastenform mehr zur Schallabstrahlung, jedoch wird dieser durch eine hochgradige Verrippung entgegengewirkt.



Name	Ovales Prinzipgetriebegehäuse	DC Hinterachsgetriebegehäuse NCV2	ZF 6S850 Ecolite Getriebegehäuse
Hersteller	Honsel GmbH & Co KG	DaimlerChrysler AG	ZF Friedrichshafen AG
Kurzzeichen	OPG	HAG	NKWG
H/B/T (mm)	380/390/270	287/237/230	425/410/249
Wandstärke	ca. 4 mm	ca. 4-5 mm	ca. 5mm
Material	AlSi7Mg	GGG40	GD-AlSi9Cu3
Herstellung	Sandguss	Sandguss	Druckguss
Masse	4,64 kg	11,6 kg	13,6 kg
Dichte	2,69 kg/dm <sup>3</sup>	7,02 kg/dm <sup>3</sup>	2,73 kg/dm <sup>3</sup>
E-Modul	74–75 kN/mm <sup>2</sup>	169 kN/mm <sup>2</sup>	75-76 kN/mm <sup>2</sup>
Querkontraktionszahl	0,29	0,275	0,29

**Tabelle 7-1: Eckdaten der Referenzgetriebegehäuse**

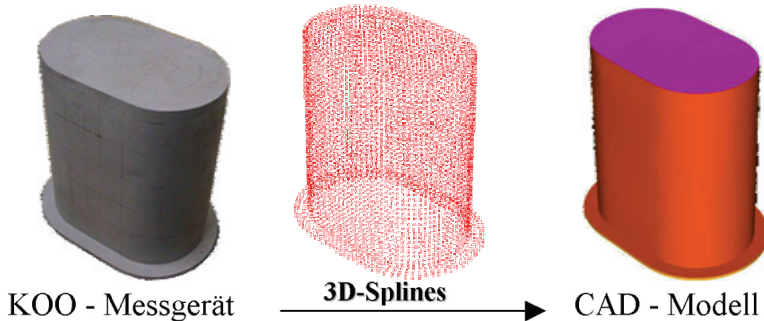
## 7.2 Erstellung der Finite-Elemente-Modelle

Um sowohl die Möglichkeiten der Simulation zu untersuchen als auch die Grenzen in der Praxis aufzuzeigen, wurde bei allen Getriebegehäusen eine Rückführung auf FE-Modelle mittels Digitalisierung durchgeführt. Zusätzlich wurde beim HAG- und NKWG-Gehäuse ein FE-Modell durch Vernetzung der CAD-Geometrie erstellt (vgl. Abb. 7-1), um die Auswirkungen der Fertigungsungenauigkeiten auf das dynamische und akustische Verhalten zu untersuchen. Die Randbedingungen sind zur Vermeidung von zusätzlichen fehlerbehafteten Parametern bei allen durchgeführten Simulationen als Frei-Frei definiert.

### 7.2 a) Digitalisierung der Gehäuse und Erstellung der FE-Modelle

Die einfache Form des Ovalen Prinzipgetriebegehäuses konnte mit dem hochschuleigenen Koordinatenmessgerät Eclipse 07/07/05 der Firma Zeiss innen und außen digitalisiert werden. Hierfür wurde die Oberfläche an 8954 Punkten im Abstand von 10 mm mit einer Tastkugel vermessen (siehe Abb. 7-2). Durch Aufbereitung der Daten und Be-

rücksichtigung der Oberflächenrauheit wurde unter Verwendung von 3D-Splines eine Flächenrückführung realisiert. Das so erzeugte CAD-Modell konnte im nächsten Schritt vollständig automatisch mit quadratischen Tetraedern vernetzt werden (Tabelle 7-2). Hierbei stellte sich in Untersuchungen die nominale Kantenlänge von 15 mm als Optimum zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand heraus [21].



**Abb. 7-2: Flächenrückführung beim Ovalen-Prinzipgetriebegehäuse**

Für die Rückführung des HAG- und des NKWG-Gehäuses in FE-Modelle wurde aufgrund der hohen Komplexität der Oberflächen ein Streifenprojektions-Verfahren, das normalerweise zur Flächenrückführung verwendet wird, abgewandelt. Hierfür wurden die folgenden Schritte von der Firma Padelt3D GmbH durchgeführt:

- Projektion eines kodierten Lichtmusters auf das Gehäuse.
- Mit einer um  $15^\circ$  versetzten Kamera wurde aufgrund der Verzerrung der Bilder durch die Gehäuseform auf die Tiefenprojektion zurückgeschlossen.
- Durch 200-fache Veränderung der Kameraposition wurde die Genauigkeit auf 0,03 mm bei 0,4 mm Punktabstand erhöht.
- Beseitigung der Oberflächenrauigkeit der Sand- bzw. Druckgussoberfläche durch Interpolation mit Gauß-Filtern.
- Ausrichtung und Zusammenfügen der einzelnen Perspektiven, aus denen das Gehäuse vermessen wurde, durch „Best Fit“.
- Triangularisierung der Oberfläche durch Erzeugung von Dreieckflächen aus jeweils drei benachbarten Knoten.
- Krümmungsabhängige Ausdünnung der Punkte bis zu einem maximalen Punktabstand von 6 mm und einer max. Geometrieabweichung von 0,3 mm. Die Anzahl der Punkte wurde dabei auf ca. ein Zwanzigstel reduziert.

Die triangularisierte und ausgedünnte Oberfläche konnte nun mittels einfacher Schnittstellen als Schalenmodell in den Preprozessor importiert werden.



Kurzzeichen	OPG-Di	HAG-Di	NKWG-Di
Anzahl an Punkten nach Ausdünnung	8.954	84.601	323.476
Messgenauigkeit	0,0001 mm	0,03 mm	0,03 mm
Elemente	12.789	493.998	691.539
Elementtyp	Quadratische Tetraeder		
Elementkantenlänge Min.-Mittel-Max.	3,3-11,4-25,9 mm	0,01-3,0-11,7 mm	0,51-4,1-19,9 mm
DOFs	77.226	2.477.727	3.739.533

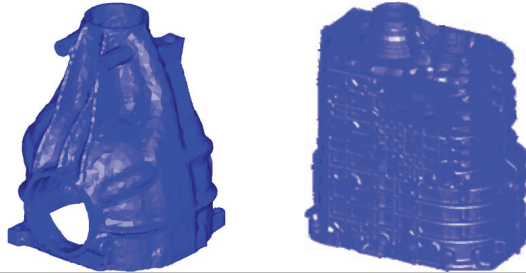
**Tabelle 7-2: Eckdaten der rückgeführten FE-Modelle**

Um das Schalenmodell in ein Volumenmodell überführen zu können sind, neben Netzverbesserungen, wie z.B. Entfernung von Elementen mit kleinen Winkeln oder kleinen Kantenlängen, Beseitigung von T-Stößen und Behebung von Elementdurchdringungen, mit denen auch die FE-Modellgröße und -güte beeinflusst werden kann, noch alle offenen Kanten zu schließen. Während die Lücken durch die Schnittbreite beim Aufschneiden des Gehäuses mit Finiten Elementen „von Hand“ überbrückt werden können, sind Bohrungen und Gewinde nicht mehr in vertretbarer Zeit manuell modellierbar. Hierfür konnten Makros effizient eingesetzt werden.

Dieses Verfahren zur Erstellung digitalisierter FE-Modelle bietet die Möglichkeit, die sehr arbeits- und rechenintensive Rückführung der trinangularisierten Oberfläche in CAD-Flächen zu umgehen und direkt die gemessenen Punkte für das FE-Modell zu verwenden. Zudem werden die Fehler, die bei der Flächenrückführung und der Vernetzung der Flächen entstehen, vermieden. Der einzige Nachteil dieses Verfahrens ist es, dass bei Hinterschnidungen an den Innenseiten das Gehäuse aufgesägt werden muss und somit nicht mehr für Messungen zur Verfügung steht. Hier haben mittels Druckguss hergestellte Gehäuse den Vorteil, dass die Wiederholgenauigkeit sehr hoch ist. Bei zwei nacheinander produzierten NKWG-Gehäusen betrug der Mittelwert der Wandstärkenunterschiede an 70 Messpunkten nur 0,0041 mm bei einer Streuung von 0,017 mm, so dass ein signifikanter Einfluss auf das dynamische Verhalten ausgeschlossen werden konnte.

### 7.2 b) Ableitung der FE-Modelle von der CAD-Geometrie (Design Derived)

Geometrieunterschiede zwischen dem CAD-Modell und dem gefertigten Gehäuse lassen sich nie gänzlich vermeiden, und solange kein Prototyp für ein Reverse Engineering zur Verfügung steht, sind CAD-Daten die einzig verfügbare Grundlage für Simulationen. Um mögliche Auswirkungen dieser Geometrieunterschiede auf das dynamische Verhalten zu quantifizieren, wurden FE-Modelle durch Vernetzung der konstruierten CAD-Modelle des HAG- und NKWG-Gehäuses erstellt (siehe Tabelle 7-3).



Kurzzeichen	HAG-DD	NKWG-DD
Elemente	70216	224823
Elementtyp	Quadratische Tetraeder	
Elementkantenlänge Min.-Mittel-Max	0,8-6,0-18,6 mm	0,21-6,2-26,0 mm
DOFs	368.040	1.301.349

**Tabelle 7-3: Eckdaten der auf CAD-Geometrien basierenden Modelle**

### 7.2 c) Geometrieabweichungen der NKWG-Modelle

Damit die Simulationsfehler zu den Fertigungsungenauigkeiten ins Verhältnis gesetzt und detailliertere Untersuchungen gezielt durchgeführt werden können, wurden die Wandstärkenunterschiede zwischen den FE-Modellen und dem NKWG-Gehäuse an 110 Stellen untersucht. Die Mittelwerte der Abweichungen der FE-Modelle gegenüber dem gegossenen Gehäuse sind mit +0,11 mm beim NKWG-Di und +0,09 mm beim NKWG-DD fast identisch und relativ klein. Die leicht erhöhten Werte des digitalisierten Modells NKWG-Di sind darauf zurückzuführen, dass für das Streifenprojektionsscannen das Objekt mit einer dünnen Pulverschicht eingeweißt werden muss. Die geringe Streuung von 0,093 mm des NKWG-Di belegt zudem die hohe Abbildungsgenauigkeit des digitalisierten Modells. Eine ortsabhängige Analyse lässt keine systematischen Abweichungen erkennen. Die Genauigkeit des hier angewendeten Dickenmessverfahrens liegt bei ca. 0,05 mm.

Das von der CAD-Geometrie abgeleitet FE-Modell NKWG-DD weist mit 0,37 mm eine deutlich höhere Streuung auf. Hierfür konnten zwei systematische Ursachen festgestellt werden: An den abgefrästen Flächen waren die Wandstärken zu klein und die der unbe-

arbeitet Flächen zu groß (siehe Abb. 7-3). Bei einer mittleren Wandstärke von 5,14 mm entspricht dies einer relativen Abweichung von -9,1 % bzw. +4,7 %.

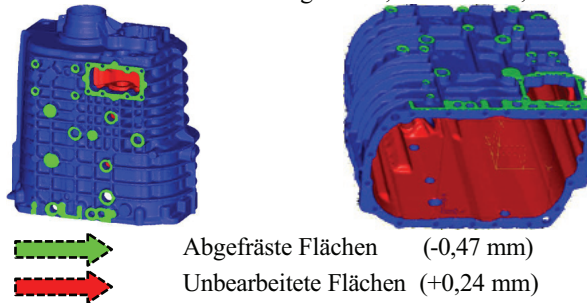


Abb. 7-3: Systematisch Abweichungen beim Modell NKWG-DD

### 7.3 Allgemeine Messparameter

Die Parameter aller Körper- und Luftschallmessungen sind abhängig vom Frequenzbereich, der untersucht werden soll. Um den gesamten akustisch relevanten Bereich zu berücksichtigen und zudem die maximale Frequenz nicht unnötig hoch zu setzen, wird der zu validierende Frequenzbereich so definiert, dass alle Anregungskräfte zweiter Ordnung noch berücksichtigt werden.

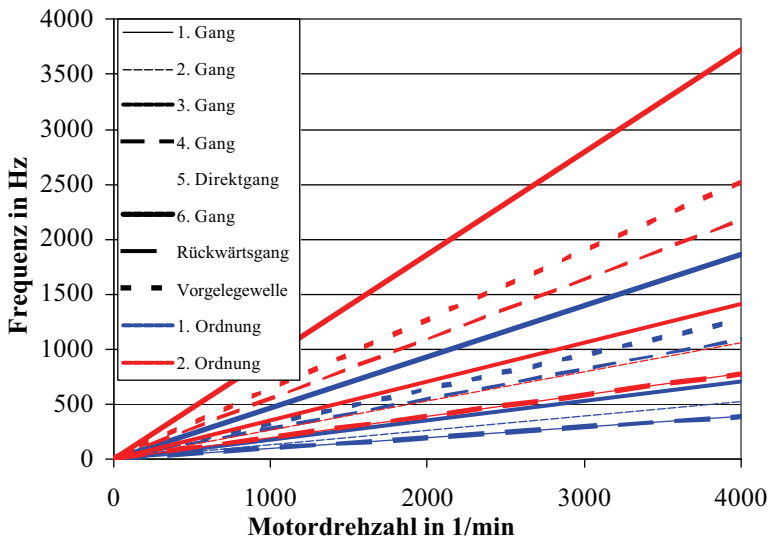
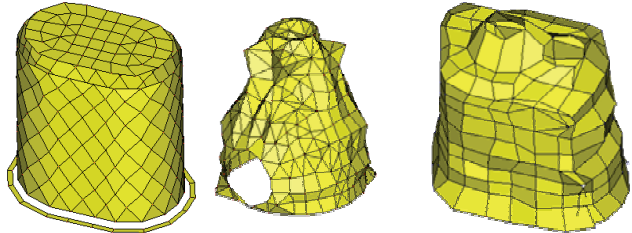


Abb. 7-4: Zahneingriffsfrequenzen 1. und 2. Ordnung des NKWG-Gehäuses

Beim NKWG-Getriebe liegt die Zahneingriffsfrequenz im normalen Drehzahlbereich im 6. Gang unterhalb von 2000 Hz (siehe Abb. 7-4), so dass die Untersuchung des NKWG-Gehäuses im Frequenzbereich bis 4000 Hz durchgeführt wird, in dem sich 40 Eigenfrequenzen befinden.

Die Güte von Körper- und Luftschallsimulationen ist stark abhängig von der Komplexität der Eigenschwingungsformen. Je kleiner die Körperschallwellenlängen im Verhältnis zur Gehäusegröße sind, desto stärker machen sich Geometrieunterschiede und die Diskretisierung des Modells bemerkbar. Folglich hat nicht nur die Höhe der Frequenz sondern auch die Nummer der Eigenform Einfluss auf die Qualität der Berechnung. Diesem Umstand wird Rechnung getragen, indem beim HAG-Gehäuse der Frequenzbereich sich nicht nur an den Anregungskräften zweiter Ordnung orientiert, sondern wie beim NKWG-Gehäuse die ersten 40 Moden untersucht werden, die sich jedoch durch die steifere Auslegung des Gehäuses bis 7000 Hz erstrecken. Beim OPG-Gehäuse liegen die ersten 40 Eigenfrequenzen unterhalb von 2700 Hz (siehe Tabelle 7-4).



Kurzzeichen	OPG-E	HAG-E	NKWG-E
Messbereich	0-3000 Hz	0-7500 Hz	0-4500 Hz
Auswertung bis	2700 Hz	7000 Hz	4000 Hz
Samples/Lines	3713	14849	7425
Messdauer	1,23733 s	1,97973 s	1,856 s
Window-Function	Impact Window / Exponential Decay		
Anzahl der Punkte des Messstellennetzes	336	318	250
Frei-Frei-Lagerung	Schaumstoff	Gummibänder an biegesteifen Kanten	
Innenraumdämpfung bei der Messung	Nein	Ja	Nein

**Tabelle 7-4: Parameter für alle Messungen**

Der Messbereich erstreckt sich jedoch über den ausgewerteten Frequenzbereich hinaus, um die residualen Einflüsse der angrenzenden Eigenvektoren bei den Messungen und allen Simulationen berücksichtigen zu können. Die Anzahl an gemessenen Linien bzw. die Messdauer wird so bestimmt, dass die schärfsten Peaks der Übertragungsfunktionen durch Interpolation mit einem quadratischen Ansatz noch mit zufrieden stellender Ge-

naugigkeit bei der „Peak detection“ (siehe Abb. 7-1) bestimmt werden können. Die geringe Materialdämpfung des HAG-Gehäuses im Vergleich zu den anderen Gehäusen erfordert folglich eine Messdauer von fast zwei Sekunden. Innerhalb der Messdauer sind die mit einem Modalhammer angeregten Schwingungen jedoch noch nicht ganz abgeklungen, weshalb Fensterfunktionen eingesetzt werden, um einen Leakage-Effect zu vermeiden. Die dadurch in Kauf zu nehmende nicht höhere Dämpfung wirkt sich jedoch nicht auf die Differenz zu den Simulationen aus, weil diese Parameter für alle Messungen verwendet und die experimentellen modalen Dämpfungen wiederum bei der rechnerischen Response Analysis eingesetzt werden.

Für die experimentelle Ermittlung der Eigenformen, die experimentelle Response Analysis und die Schalldruckmessung an den Gehäuseaußenflächen wurden die in Tabelle 7-4 dargestellten Messstellennetze aufgebaut. Hierfür wurden jeweils über 250 Punkte an den Außenflächen festgelegt, deren Lage mit einem Koordinatenmessgerät bestimmt und den entsprechenden Knoten der FE-Modelle für den späteren Vergleich mit der Simulation zugeordnet (vgl. Abb. 7-1). Die Positionierung der Punkte ist vor allem für die Modalanalyse so vorzunehmen, dass die Eigenformen linear unabhängig sind. Auf eine Optimierung der Lage und die Minimierung der Anzahl der Punkte, wie es z.B. Schedlinski, Link [56] vorschlägt, kann jedoch verzichtet werden, denn in dieser Arbeit ist nicht die Effizienz der Messung Gegenstand der Untersuchung. Es soll zudem nicht nur die Identifikation der Schwingungsformen und –frequenzen erfolgen, sondern auch die Form und die Lage der Körperschallwellen bestimmt werden. Deshalb kommt ein sehr dichtes Netz zur Anwendung, dessen Punktabstand durch die kleinste Körperschallwellenlänge vorgegeben wird, so dass eine lineare Abhängigkeit der Eigenvektoren ausgeschlossen werden kann. Für eine zufriedenstellende Nachbildung der Messgrößenverteilung sind pro Wellenlänge mindestens vier Messpunkte erforderlich [47]. Bei Flächen, die nur in einer Richtung gekrümmt sind, lässt sich die kürzeste auftretende Körperschallwellenlänge  $l$  in Anlehnung an die freie Schwingung eines beidseitig gelagerten Balkens mit konstantem Querschnitt  $A$  berechnen [3]:

$$l = \sqrt[4]{\frac{\pi E I}{\Omega^2 \rho A}} \quad \text{Gl. 7-1}$$

Die versteifende Wirkung der Deckelfläche und des Flansches führte bei der Simulation des OPG-Gehäuses demgegenüber zu einer Verlängerung der Wellenlänge um den Faktor 1,57. Durch Vergleich mit den simulierten Eigenschwingungsformen konnte festgestellt werden, dass jedes Maximum ganz oder teilweise mit einem Punkt erfasst wurde. Bei Bedarf wurden einzelne Punkte dem Messstellennetz hinzugefügt.

Bei allen Messungen wurden die Gehäuse mit einem Modalhammer angeregt. Während bei der Modalanalyse der Hammer „wanderte“ und an allen Messstellen die Struktur anregte, wurde bei der experimentellen Response Analyse und den Schallmessungen an



vier festen Anregungspunkten sequentiell angeregt. Die Messwerterfassung und Aufbereitung erfolgte mit dem Programmsystem I-deas Test.

Um die Frei-Frei-Lagerung der Simulation bei den Messungen möglichst gut zu erreichen, wurde das OPG-Gehäuse mit dem Flansch auf Schaumstoff gestellt. Dies führt vor allem bei Eigenformen, bei denen der Flansch stark schwingt, zu einer leicht höheren Dämpfung, hat jedoch den Vorteil, dass der im Inneren des Gehäuses entstehende Schall nicht nach außen dringt und somit die Vergleichbarkeit mit der direkten BEM-Berechnung sehr gut gegeben ist. Aufgrund des hohen Gewichtes der zwei anderen Gehäuse konnten diese nicht auf dem weichen Schaumstoff gelagert werden. Die Lagerung erfolgte deshalb im Gehäuse an biegesteifen Außenkanten, die auf der Mitte von gespannten Gummiseilen auflagen.

## 7.4 Modalanalyse

Die rechnerische Modalanalyse wurde mit dem Programm PERMAS durchgeführt. Für die experimentelle Modalanalyse sind noch die Positionen der Referenzaufnehmer auf dem Messstellennetz zu bestimmen. Wie bei der Festlegung der Punkte des Messstellennetzes ist auch hier zur eindeutigen Identifizierung der Eigenformen eine lineare Unabhängigkeit Voraussetzung [56]. Es ist aber nicht notwendig, dass jeder einzelne Referenzpunkt jede einzelne Eigenform im betrachteten Frequenzbereich stark repräsentiert. Jedoch sollte die Kombination aller Referenzpunkte Informationen über alle Moden enthalten [11]. Diese Forderung wird erfüllt, indem die  $N$  simulierten Eigenformen  $\{\phi_j\}$  auf die Messstellen  $j$  appliziert werden. Die optimalen Positionen für die Referenzaufnehmer ergeben sich dann, wenn eine Auswahl  $\phi_k$  gefunden wird, bei der das kleinste  $\phi_{\min}$  (Gl. 7-2) der bei allen Moden  $r$  an den Referenzaufnehmerpositionen  $\phi_k$  auftretenden Maxima am größten wird:

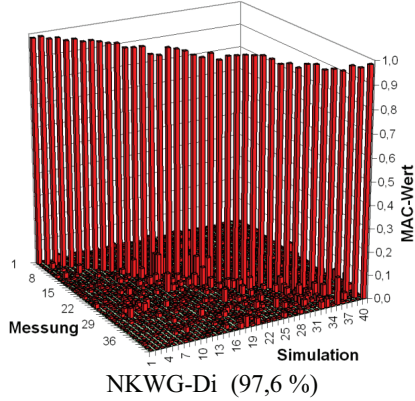
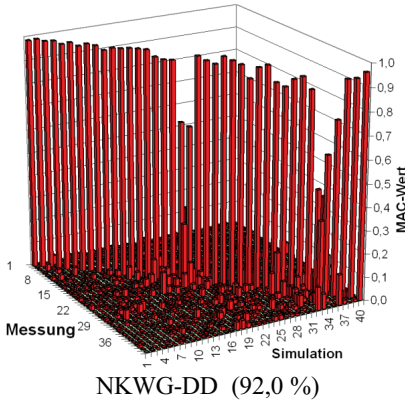
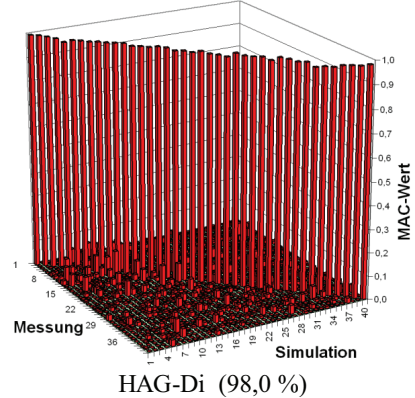
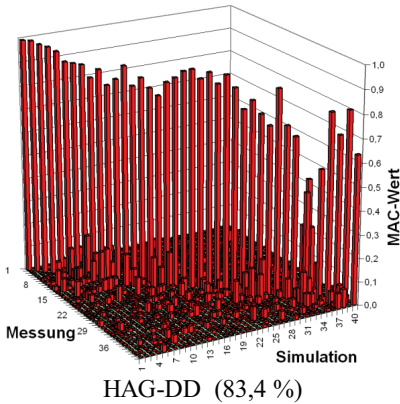
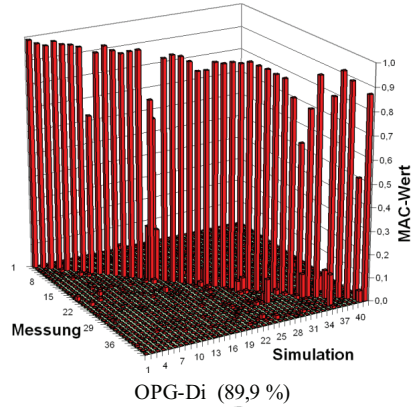
$$\phi_{\min} = \min_{r=1}^N \left[ \max_{k=1}^K \{\phi_r\}_k \right] \quad \{\phi_r\}_k \in \{\phi_r\}_j \quad \text{Gl. 7-2}$$

Hinsichtlich der Anzahl der Referenzaufnehmer ist zu bemerken, dass sich die o.g. Forderung, dass jede Eigenform zumindest an einer Referenz einen möglichst großen Wert hat, sich mit jeder zusätzlichen Referenz besser erfüllen lässt. Hierdurch erhöht sich durch die größere Anzahl an aufzubringenden Messaufnehmern jedoch auch die zusätzlich auf das Gehäuse aufgebrachte Masse. Um diesen Einfluss zu reduzieren, wurden einachsige Miniaturbeschleunigungsaufnehmer mit einer Masse von ca. 0,7 g verwendet. Die Simulation ergab, dass die drei beim OPG-Gehäuse verwendeten Aufnehmer den mittleren MAC-Wert um 0,47% herabsetzten und die Eigenfrequenzen im Durchschnitt um 0,077% reduzierten. Bei der Bestimmung der Anzahl muss somit ein Kompromiss zwischen Genauigkeit, Datenvolumen, zusätzlicher Masse und zusätzlicher Dämpfung durch die Zuleitungen gefunden werden. Aufgrund mancher nur lokal auftretenden Eigenformen und der höheren Masse wurden bei dem HAG- und bei dem NKWG-Gehäuse fünf einachsige Beschleunigungsaufnehmer eingesetzt, um auch lokale Moden genügend stark zu erfassen.

### 7.4.1 Korrelation der Moden

Die Zuordnung der korrelierenden Moden (CMPs) erfolgt mit Hilfe der MAC-Matrizen (siehe Abb. 7-5). Bei den jeweiligen Teildiagrammen ist in Klammern der über alle Eigenformen gemittelte MAC-Wert in Prozent angegeben. Bei allen FE-Modellen ist eine hoher Grad an Linearität bzw. Orthogonalität der berechneten und gemessenen Eigenvektoren erkennbar, so dass die zueinander gehörenden Eigenformen immer eindeutig erkennbar sind.

**Abb. 7-5: MAC-Matrizen aller FE-Modelle mit den mittleren MAC-Werten der ersten vierzig Eigenformen**



Zudem liegen fast alle CMPs auf der Diagonalen. Somit ist es nicht nur möglich, jeder experimentellen Eigenform eine rechnerische zuzuordnen, sondern auch die Reihenfolge der Moden stimmt fast immer überein.

Einzige Ausnahmen sind hierbei der 15. und 16. Mode des OPG-Di-Modells und der 34. und 35. Mode des HAG-DD-Modells, die lediglich vertauscht sind. Auffallend ist, dass die gemessenen Eigenfrequenzen hier mit nur 8 Hz bzw. 10 Hz Differenz sehr nah beieinander liegen, während die simulierten Eigenfrequenzdifferenzen mit 38 bzw. 84 Hz überdurchschnittlich hoch sind. Untersucht man die anderen CMPs mit relativ niedrigen MAC-Werten, ist stets der gemessene (E) oder berechnete (A) Abstand zur nächstliegenden Eigenfrequenz sehr gering (siehe Tabelle 7-5).

Modell	Mode #	Frequenz Hz	MAC- Wert	nächstliegen- der Mode #	Frequenz Hz	Frequenzab- stand Hz
OPG-Di	8	897 (E)	69 %	7	890 (E)	7
	15	1494 (E)	70 %	16	1502 (E)	8
	33	2331 (E)	65 %	34	2337 (E)	6
	39	2677 (E)	52 %	40	2682 (E)	5
	44	2868 (E)	67 %	43	2849 (E)	19
HAG-DD	35	6269 (E)	47 %	34	6259 (E)	10
NKWG- DD	20	2588 (A)	68 %	19	2475 (A)	13
	35	3646 (A)	46 %	36	3664 (A)	18
	37	3743 (A)	76 %	38	37665 (A)	22

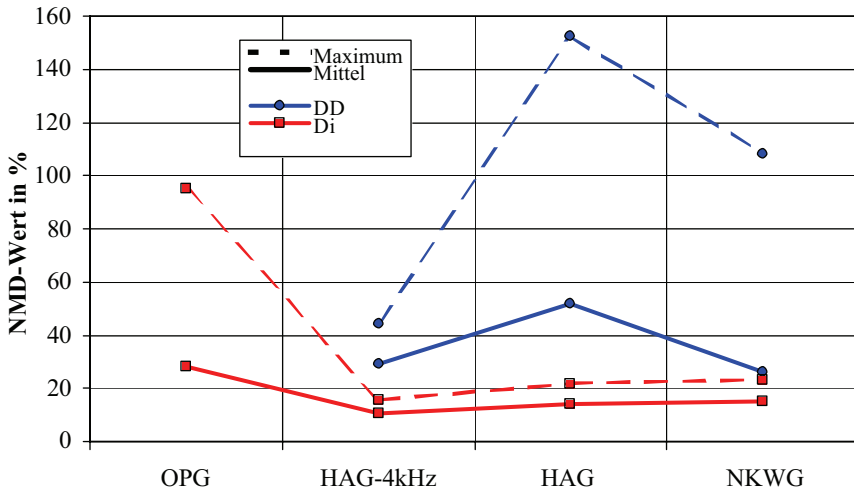
**Tabelle 7-5: Zusammenhang von niedrigem MAC-Wert und Frequenzabstand**

Durch die alleinige Betrachtung der OPG-Di MAC-Matrix ist eine Ursachenanalyse für die niedrigeren Korrelationswerte bei nah beieinander liegenden Eigenfrequenzen aufgrund der vielfältigen Einflussparameter schwierig. Üblicherweise würde man die Fehler in der experimentellen Modalanalyse suchen, denn die hier auftretende, starke gegenseitige Beeinflussung der Eigenformen stellt bei der Extraktion der Moden hohe Anforderungen an den Algorithmus. Die Matrizen der HAG-Di- und NKWG-Di-Modelle beweisen jedoch eindeutig, dass höchstens ein kleiner Anteil der Korrelationsunterschiede auf die Messung zurückgeführt werden kann.

Bei Betrachtung der über die ersten vierzig Moden gemittelten MAC-Werte (Abb. 7-5) bzw. der mittleren NMD-Werte (Abb. 7-6) der digitalisierten Modelle ist die überragende Qualität der mittels Streifenlichtscanner rückgeführten HAG- und NKWG-Modelle offensichtlich. Ausnahmslos konnte jede Eigenform mit einem NMD-Wert kleiner als 23 % simuliert werden. Der geringfügig höhere MAC-Wert des HAG-Di-Modells von 98,0 % gegenüber dem des NKWG-Di-Modells von 97,6 % resultiert aus dem etwas

feineren FE-Netz (siehe Tabelle 7-2), mit dem vor allem Rundungen detaillierter nachgebildet wurden.

Anmerkung: In Abb. 7-6 und in allen folgenden Diagrammen dieser Art wurden bei den untersuchten Referenzgehäusen Ergebnisse des gleichen Typs mit Linien verbunden um deren Lesbarkeit zu erhöhen und nicht um lineare Abhängigkeiten zwischen den Modellen darzustellen.



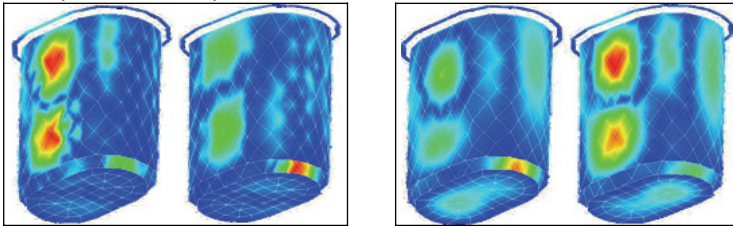
**Abb. 7-6: Mittlere NMD-Werte**

Diesen MAC-Werten stehen in der Literatur von Modellen vergleichbarer Komplexität die mittels lokalem Model-Updating angepasst wurden, Werte bis maximal 91,9 % bei den ersten 14 CMPs gegenüber [57]. Der Aufwand für die Digitalisierung, Netzoptimierung und Vernetzung von ein bis zwei Mannwochen ist dabei durchaus gerechtfertigt, wenn das bessere Ergebnis berücksichtigt wird. Außerdem erfordern die für ein lokales Model-Updating notwendigen Schritte Experimentelle Modalanalyse, Vernetzung des CAD-Modells, Rechnerische Modalanalyse und Model-Updating mindestens den gleichen Arbeitsaufwand.

Nachteilig ist jedoch die sehr hohe Elementanzahl der FE-Modelle. Eine handelsüblicher PC (3 GHz / 2 GB) benötigte für die Berechnung der vierzig Eigenformen 6 h (HAG-Di) bzw. 18,5 h (NKWG-Di). Die reine CPU-Zeit beträgt jedoch nur ca. ein Sechstel der gesamten Rechenzeit, so dass mit 64-Bit-Rechnern und mehr Arbeitsspeicher die Rechenzeit noch beträchtlich reduziert werden kann. Es ist deshalb abzuwägen, ob eine weitere zeitaufwendige Ausdünnung der Scannerdaten zur Verminderung der

Rechenzeit in Zukunft wirtschaftlich ist und die einhergehende Reduzierung der Netzqualität rechtfertigt.

Obwohl das Ovale Prinzip-Getriebegehäuse auch digitalisiert wurde, sind die mittleren Korrelationswerte nur mit denen der Design-Derived-Modelle vergleichbar. Der große Punktabstand bei der Geometrievermessung von 10 mm, die zusätzlichen Fehler durch die Flächenrückführung und die größeren finiten Elemente erklären dies jedoch nur zum Teil, denn die MAC-Werte von 31 Modenpaaren liegen über 90 % und sind mit einem Mittelwert von 96,2 % sehr gut. Die restlichen bilden fast alle Modenpaare (vgl. Tabelle 7-5). Die häufige Paarbildung wird durch die fast symmetrische Geometrie des OPG hervorgerufen. Diese annähernde Symmetrie führt zu Moden mit nah beieinander liegenden Eigenfrequenzen, aber gespiegelten Eigenformen, wie z.B. beim achten und neunten Mode (siehe Abb. 7-7).



**Abb. 7-7: Vorder- und Rückseite des achten (links) und neunten (rechts) Mode**

Der deutlich niedrigere Korrelationsgrad der von den CAD-Geometrien abgeleiteten Modelle HAG-DD und NKWG-DD resultiert aus dem grobmäschigeren FE-Netz und den Geometriedifferenzen aufgrund von Fertigungsungenauigkeiten. Die höheren zulässigen Fertigungstoleranzen beim Sandgussbauteilen gegenüber den in Kapitel 7.2 beschriebenen Abweichungen des NKWG-Druckgussgehäuses spiegeln sich in den Mittel- und Maximalwerten der ersten vierzig Moden sehr gut wider (siehe Abb. 7-6).

Die ersten vierzig Eigenfrequenzen des HAG-Gehäuses decken durch die massivere Ausführung, die kleineren Abmessungen und die runden Formen den Frequenzbereich bis 7000 Hz ab, während dieser sich beim NKWG-Gehäuse nur bis 4000 Hz und beim OPG bis 2700 Hz erstreckt. Um dem Umstand Rechnung zu tragen, dass Anregungsfrequenzen unabhängig von der Gehäusestruktur sind und steifere Gehäuse eine geringere Eigenfrequenzdichte aufweisen, ist in Abb. 7-6 das HAG-Gehäuse zusätzlich im Frequenzbereich bis 4000 Hz ausgewertet, der 16 Eigenformen umfasst. Während sich beim HAG-Di-Modell die NMD-Werte nur geringfügig verbessern, ist beim HAG-DD-Modell bis 4 kHz die mittlere Abweichung mit der des NKWG-Gehäuses vergleichbar, und der maximale Fehler ist sogar deutlich geringer. Bei der Abschätzung der Simulationsqualität ist somit nicht nur die Anzahl der Eigenformen von Bedeutung sondern auch die Eigenfrequenzdichte, die abhängig von der Gehäusesteifigkeit ist.

### 7.4.2 Vergleich der Eigenfrequenzen

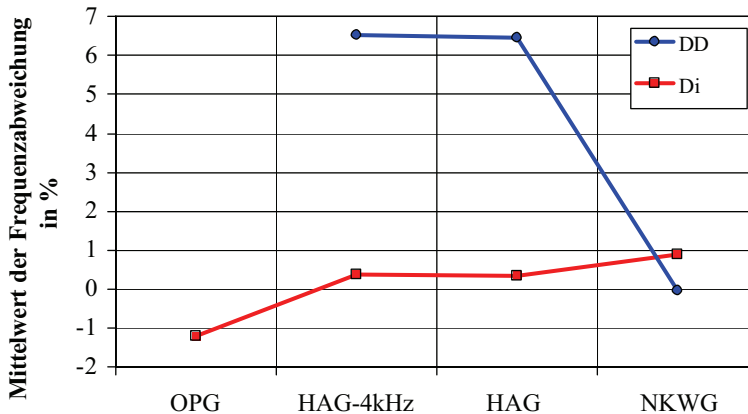
Die Differenz der Eigenfrequenzen zwischen Simulation und Messung kann aufgrund der linearen Abhängigkeit zwischen den Eigenwerten  $\omega^2$  und dem E-Modul-Dichte Verhältnis (siehe Gl. 7-3) aufgeteilt werden in die Abweichung des Mittelwertes aller Eigenfrequenzen und in die Streuung der Eigenfrequenzen um diesen Mittelwert.

$$\omega^2 \sim \frac{E}{\rho} \quad \text{Gl. 7-3}$$

Diese beiden Kennwerte sind abhängig von globalen und lokalen Masse-Steifigkeits-Verteilung wie sie z.B. durch die Abnutzung von Druckgussformen, Unterschieden in den Sandgussformen, Lunkern und Bearbeitungstoleranzen entstehen. Mit Hilfe der Eigenfrequenzen lassen sich somit sehr effizient Aussagen über Geometrieunterschiede zum CAD-Modell oder von gefertigten Gehäusen untereinander treffen und damit könnte die Reproduzierbarkeit des dynamischen Verhaltens schon während der Produktion bewertet werden.

#### 7.4.2 a) Abweichung des Mittelwertes

Die rückgeführten Modelle weisen in Abb. 7-8 eine sehr geringe mittlere Frequenzabweichung auf, vor allem wenn man berücksichtigt, dass nur der E-Modul des HAG-Gehäuses durch Messung ermittelt wurde, während für die E-Moduln der beiden anderen Gehäuse Herstellerangaben herangezogen wurden (siehe Tabelle 7-1).



**Abb. 7-8: Mittelwerte der Frequenzabweichungen**

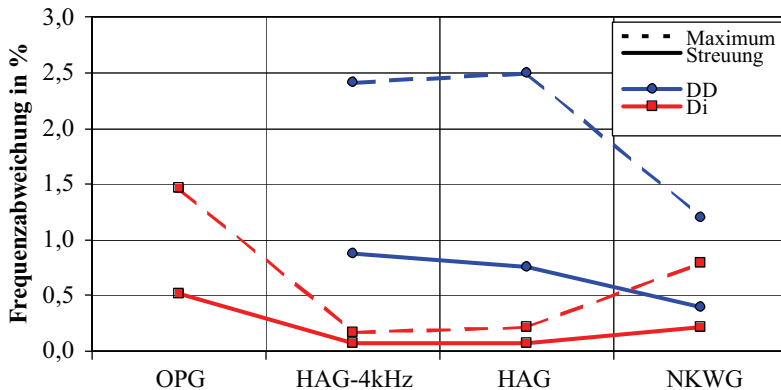
Der angegebene Bereich für die E-Moduln erklärt bis zu  $\pm 0,33$  % der Differenz. Die große Abweichung beim HAG-DD-Modell lässt sich nicht zufrieden stellend erklären. Zwar ist bekannt, dass die Verwendung von größeren Elementen eine leicht versteifende

Wirkung hat [21] jedoch nicht in diesem Maße, und zudem müsste dann der gleiche Effekt auch beim NKWG-DD-Modell erkennbar sein. Eine mögliche Ursache könnte in den Geometrieunterschieden zwischen CAD Modell und sandgegossenem Gehäuse „Fertigungstoleranzen“ begründet liegen.

Im Gegensatz zu den MAC-Werten lässt im Übrigen die mittlere Frequenzabweichung der bis 4 kHz ausgewerteten HAG-Modelle in Abb. 7-8 keine Abhängigkeit vom betrachteten Frequenzbereich erkennen.

Die in den Simulationen verwendete Dichte wurde aus den gemessenen Massen der Gehäuse und den Volumina der einzelnen FE-Modelle ermittelt. Globale Massendefekte durch den endlichen Diskretisierungsgrad wurden dadurch kompensiert. Für die Optimierung der Frequenzabweichungen verbleibt damit nur noch der E-Modul. Mit lokalen Model-Updating-Methoden kann der E-Modul bereichsweise so angepasst werden, dass die Eigenfrequenzdifferenzen der einzelnen CMPs minimiert werden. Bei diesen Parameteränderungen geht jedoch deren physikalische Aussagekraft verloren. Sie sind dann nur noch mathematische Ausgleichsparameter, die allein der Reduzierung der Versuch-/Analyseabweichungen dienen [57]. Dieses Verfahren setzt zudem eine EMA voraus, so dass es dem bei dieser Arbeit angestrebten Ziel, die Notwendigkeit von Messungen und wenn möglich von Prototypen zu reduzieren, nicht dienlich ist. Es wird daher nur global der E-Modul optimiert, der wiederum als Ausganggröße und Erfahrungswert für vergleichbare Problemstellungen herangezogen werden kann,

#### 7.4.2 b) Streuung der Frequenzabweichungen



**Abb. 7-9: Streuung und maximale Abweichung der Eigenfrequenzen vom Mittelwert**

Sowohl bei der Streuung der Frequenzabweichungen um den Mittelwert als auch bei den maximalen Abweichungen vom Mittelwert (siehe Abb. 7-9) lassen sich die meisten



Tendenzen der Mittelwertsabweichungen wieder erkennen: das digitalisierte HAG-Gehäuse ist am besten, das von der CAD-Geometrie abgeleitete am ungenauesten, und die Unabhängigkeit der HAG-Modelle vom betrachteten Frequenzbereich ergibt sich ebenso. Letzteres zeigt, dass im Gegensatz zu den NMD-Werten die relativen Frequenzabweichungen auch bei den ersten Eigenfrequenzen nicht genauer berechnet werden können.

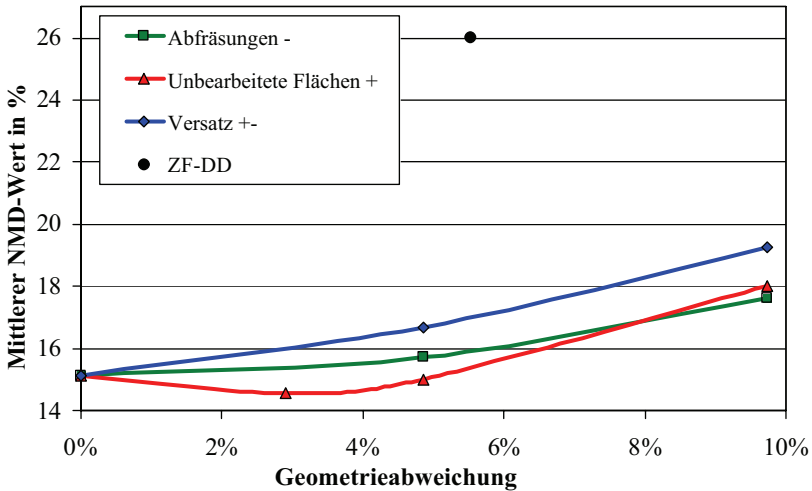
Die Abweichungen des NKWG-DD-Modells weisen jedoch darauf hin, dass der exakte Mittelwert der Frequenzabweichungen nur Zufall ist. Wäre dieser auf die Qualität des FE-Modells zurückzuführen, müssten die Streuung, die maximale Frequenzdifferenz und die NMD-Werte deutlich besser sein.

### **7.4.3 Einfluss von Geometrieabweichungen beim NKWG-Gehäuse**

In Kapitel 7.2 wurde die Abweichung der Wandstärke von 4,7 % und die um 9,1 % (bezogen auf die mittlere Wandstärke von 5,14 mm) zu stark abgefrästen Flächen als prinzipielle Geometrieunterschiede der vom CAD-Modell abgeleiteten NKWG-DD-Struktur im Vergleich zur digitalisierten Struktur herausgearbeitet. Zusätzlich ist an manchen Fügstellen des Druckgusswerkzeuges außen ein Sprung in der Wanddicke feststellbar, der auf einen leichten seitlichen Versatz des Werkzeuges schließen lässt. Bei der Ermittlung der Geometrieunterschiede konnten nur die Wandstärken gemessen werden, denn die Untersuchung der Formfehler der Rippen und anderer aufwendig geformter Gehäuseteile ist technisch sehr schwer realisierbar.

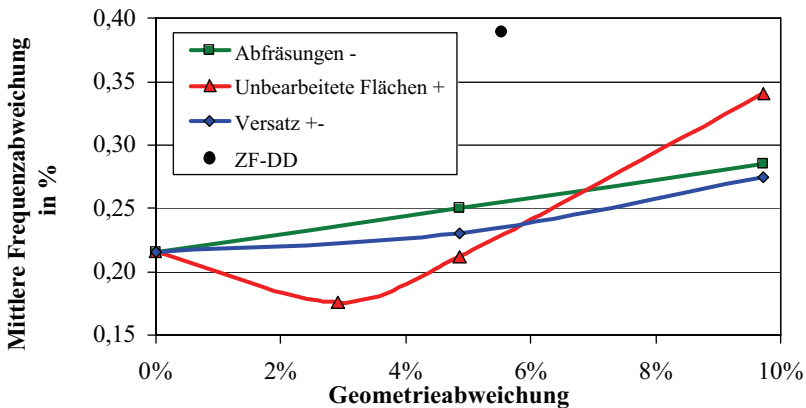
Die Wandstärke ist ein mittels Ultraschall- oder mechanischer Messverfahren leicht zugängliches Maß, das auch während der Herstellung für die Bewertung der Reproduzierbarkeit dynamischer und akustischer Eigenschaften des Endproduktes herangezogen werden könnte. Es war deshalb zu klären, inwiefern von den Abweichungen der Wandstärken auf die modalen Beurteilungskriterien NMD-Wert und Eigenfrequenzdifferenz zurückgeschlossen werden konnte. Hierzu wurde eine Parameterstudie durchgeführt, in der beim digitalisierten Modell (NKWG-Di) gezielt die Wandstärke der unbearbeiteten Flächen erhöht, die der gefrästen Flächen verringert und die Auswirkungen eines Versatzes an der äußeren Trennfuge des Gusswerkzeuges modelliert wurde (siehe Abb. 7-3). Die relativen Gesamtmassenänderungen, bzw. -verlagerungen betrugen dabei 0,033 (Unbearbeitete Flächen), 0,323 (Abfräsungen) und 0,162 (Versatz) bezogen auf die relative Wandstärkenänderung.

In Abb. 7-10 sind die mittleren NMD-Werte und in Abb. 7-11 die mittleren Frequenzabweichungen durch die gezielt aufgetragenen Veränderungen in Abhängigkeit von der prozentualen Geometrieabweichung, bezogen auf die Wandstärke, dargestellt. Zum Vergleich sind die Ergebnisse des NKWG-DD-Modells aufgetragen.



**Abb. 7-10: NMD-Werte bei gezielt aufgebrachten Veränderungen**

Primär ist in den Diagrammen das Minimum durch Erhöhung der Wandstärke um 3 % an den unbearbeiteten Flächen auffällig. Ein systematischer Geometriefehler des Bezugsmodells NKWG-Di kann hier jedoch ausgeschlossen werden, denn durch die Einweisung für die Digitalisierung ist die Wanddicke eher zu hoch als zu niedrig. Eine Erklärung hierfür könnte vielmehr die Oxidschicht liefern, denn deren Eigenschaften weichen stark von denen des Druckgussaluminiums ab.



**Abb. 7-11: Frequenzabweichungen bei gezielt aufgebrachten Veränderungen**

Im Gegensatz zu den NMD-Werten lassen sich die Frequenzabweichungen gegenüber dem NKWG-DD-Modell zu einem weit größeren Teil mit den aufgetragenen Geometrieänderungen erklären. Denn durch die relativ gleichmäßig über das ganze Gehäuse aufgetragenen Abweichungen werden die Werte in der Steifigkeits- und Massenmatrix relativ zueinander nicht so stark verändert, so dass der Einfluss auf die Eigenschwingungsformen begrenzt ist. Die Eigenfrequenzen sind gegenüber dieser Art von Veränderungen sensibler, da hier die Determinante gelöst werden muss. Dieser Zusammenhang bestätigt sich auch bei Betrachtung der drei Typen von Abweichungen untereinander. Der Versatz mit 10% Geometrieabweichung ändert am stärksten die Steifigkeits- und Masseverteilung und damit den NMD-Wert, während bei der Frequenzabweichung sehr gleichmäßige Massenbeaufschlagung der Innenflächen die größten Auswirkungen hat. Die Abweichungen bei den nicht ganz so gleichmäßig verteilten Abfräsungen liegen in Einklang mit dieser Theorie in der Mitte.

Unter der Voraussetzung einer additiven Wirkung der untersuchten geometrischen Veränderungen erklären sich somit 22 % der NMD-Wert-Differenz und 35 % der Frequenzdifferenz zwischen dem NKWG-DD und dem NKWG-Di-Modell durch die um 4,7 % zu hohe Wandstärke der unbearbeiteten Flächen und die um 9,7 % zu stark abgefrästen Flächen.

#### **7.4.4 Dämpfungen**

Die modalen viskosen Dämpfungen jeder Eigenform der Referenzgehäuse (dargestellt in Prozent der kritischen Dämpfung, siehe Abb. 7-12) unterscheiden sich sowohl im Mittelwert als auch tendenziell, wie an den Regressionskurven erkennbar ist.

Der Mittelwert der modalen Dämpfungen des HAG-Gehäuses von 0,053 % ist durch die globalen Kohlenstoffeinschlüsse des GGG40 für Gusswerkstoffe sehr niedrig. Die mittleren Dämpfungswerte des OPG mit 0,201 % und des EPG mit 0,214 % sind doppelt so hoch wie derjenige des NKWG-Gehäuses mit 0,092 %, obwohl die Werkstoffe sehr ähnlich sind (siehe Abb. 7-12). Dies ist auf die Frei-Frei-Lagerung der Prinzipgehäuse zurückzuführen, die durch Auflage des Flansches auf Schaumstoff realisiert wurde. Die dämpfende Wirkung des Schaumstoffes wird vor allem bei der überdurchschnittlich hohen Dämpfung der zweiten Eigenform des OPG deutlich, die an den Auflageflächen die maximalen Amplituden aufweist.

Vergleichbare Verläufe der Regressionskurven bis zur zweiten Ordnung ergeben sich nur bei Gehäusen, die einen ähnlichen Aufbau bezüglich Abmaßen, Material, Wandstärke, Verrippung und Form aufweisen, wie z.B. bei einem Eckigen Prinzip-Getriebegehäuse (EPG) - in Abb. 7-12 mit dargestellt – das nahe verwandt mit dem Ovalen Prinzip-Gehäuse ist [4]. Werden keine prinzipiellen Veränderungen an Gehäusen mit bekannten Dämpfungen vorgenommen, kann somit bei Verwendung der Regressi-

onskurve zweiter Ordnung für die Dämpfungswerte ein realitätsnaheres Ergebnis bei den folgenden Simulationsschritten erzielt werden als mit den Mittelwerten.

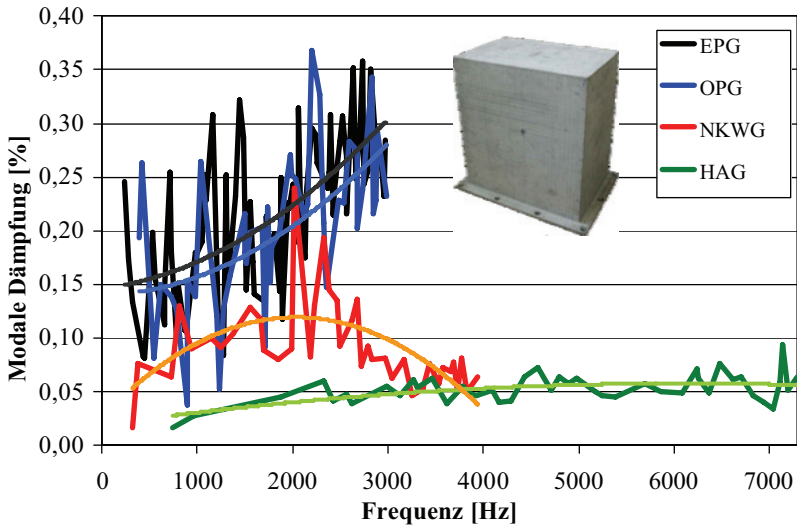


Abb. 7-12: Modale viskose Dämpfungen der Referenzgehäuse

## 7.5 Frequenzganganalyse

Die Modalanalyse ermöglicht nur den Vergleich der relativen Schwingungsverteilung. Für eine Gegenüberstellung der absoluten berechneten und gemessenen Körperschallamplituden sind Frequenzganganalysen notwendig, bei denen an definierten Orten eine Kraftanregung stattfindet. Komplette Getriebe erfahren im Einsatz einerseits motorinduzierte Anregungen über den Motorflansch. Andererseits entstehen Anregungen durch Drehmomentschwankungen des Motors, Fehler im Zahnprofil und fluktuierende Zahnsteifigkeiten während des Zahneingriffs. Diese breiten sich von den Zahnrädern über die Wellen bis zu den Lagern aus [75]. Bei kompletten Getrieben erfolgt somit die Anregung des Gehäuses an den Flächen der Lagerschalen und des Motorflansches. Durch diese Anregung von relativ großen Flächen ist es so gut wie ausgeschlossen, dass Anregungskräfte am Getriebegehäuse nur an Knotenlinien einzelner Eigenformen angreifen, d.h. jeder Mode wird angeregt. Bei der Validierung der Forced Response Analysis ist jedoch eine experimentelle Kraftanregung gleichzeitig nur an einem einzelnen Punkt möglich. Um zu gewährleisten, dass bei der Validierung vergleichbare Schwingungszustände des Gehäuses hervorgerufen werden wie im realen Einsatz, ist ein zugänglicher Punkt auf der Gehäuseoberfläche zu finden, bei dem jede Eigenform des Gehäuses möglichst gleich stark angeregt wird.

Dies ist bei den Anregungsarten am besten gewährleistet, bei denen in  $j$ Richtung der Minimalwert aller Eigenvektoren  $\phi_j$  am größten ist (Gl. 7-4).

$$\phi_{\max} = \text{MAX}_{j=1}^J \left[ \text{MIN}_{r=1}^N \{ \phi_r \}_j \right] \quad \text{Gl. 7-4}$$

Diese Orte werden mit einem eigenen Programm ermittelt.

Dieses Kriterium definiert somit das Optimum, bei dem die Anregungsorte bei allen untersuchten Moden so weit wie möglich von den Knotenlinien aller Schwingungsformen entfernt sind. Hierdurch wird einerseits die Sensibilität der Simulationsergebnisse bezüglich der Lage der Knotenlinien im Vergleich zur Messung verringert. Denn mit der Entfernung zu Knotenlinien nehmen der Gradient und das Amplitudenverhältnis zweier benachbarter Punkte, das im Extremfall unendlich werden kann, ab. Andererseits wird dadurch gewährleistet, dass jeder Mode möglichst stark zum Schwingen angeregt wird, so dass die Amplitudenverhältnisse der Moden zueinander verringert und die Messfehler reduziert werden. Denn für die Messung der Normalengeschwindigkeiten wurde in dieser Arbeit ein Laser-Vibrometer von Polytec verwendet, das nach dem Laser-Doppler-Verfahren arbeitet. Durch die berührungslose Messung wird das dynamische Verhalten des untersuchten Objektes zwar nicht beeinflusst, aber es entsteht ein Rauschen durch Schwingungsanteile senkrecht zur optischen Achse. Bei Frei-Frei-Lagerungen sind diese In-Plane-Bewegungen durch die Starrkörperschwingungen besonders stark, so dass das Rauschen bei den Geschwindigkeiten Größenordnungen von

$10^{-7}$  m/s erreicht, während die mittleren Geschwindigkeiten, selbst nach Optimierung der Anregungsorte, oft weniger als um den Faktor zehn darüber liegen.

Die Anregung der Gehäuse erfolgte bei der Frequenzgangmessung und auch bei allen Schallmessungen wie bei der Modalanalyse mit einem Modalhammer. Im Vergleich zu sog. Sine-Measurements konnten damit alle Frequenzen gleichzeitig angeregt werden, so dass der Zeitaufwand für die gesamte Messung erheblich reduziert wurde. Durch die anschließende Normierung mittels Bildung der Übertragungsfunktion war ein direkter Vergleich mit der Simulation möglich, bei der eine Anregungskraft von einem Newton eingesetzt wurde.

Um ausreichend viele Daten für eine möglichst allgemeingültige Aussage bezüglich der Qualität der Simulation zur Verfügung zu haben, wurden bei den Gehäusen an jeweils vier Punkten sequentiell angeregt und an allen Punkten des Messstellennetzes (Tabelle 7-4) die Geschwindigkeiten ermittelt. Um sowohl die entstehende Datenmenge und die Rechenzeit bei den digitalisierten Gehäusen auf ein Minimum zu reduzieren als auch eine Konvertierung des Datenformats für den folgenden Berechnungsschritt zu vermeiden, wurde die rechnerische Response Analysis neu programmiert (siehe Gl 4-30). Eine Reduktion des Modells auf die Freiheitsgrade des Messstellen- bzw. BEM-Netzes verringerte den Rechenaufwand entsprechend dem Verhältnis der DOFs des Response-Analysis-Modells zum FE-Modell der Modalanalyse. Die Bedien- und Simulationszeit für 160 Frequenzen, selbst bei mehreren Millionen DOFs, konnte somit durch die integrierte Applikation der Ergebnisse auf das Messstellen- bzw. BEM-Netz auf eine halbe Stunde begrenzt werden.

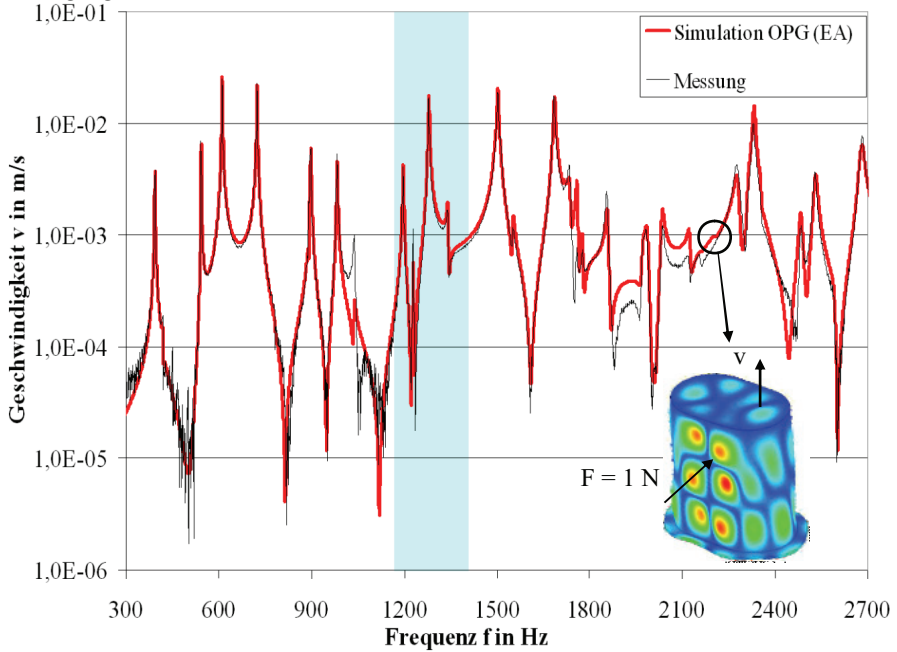
### **7.5.1 Vergleich der Antwortspektren**

Die berechneten Frequenzspektren wurden den gemessenen Werten gegenübergestellt und bewertet. Exemplarisch ist in Abb. 7-13 die simulierte Geschwindigkeit des mit den experimentell ermittelten Dämpfungen und Eigenfrequenzen angepassten OPG(EA)-Modells über der Frequenz aufgetragen. Über den gesamten Frequenzbereich hinweg ist eine sehr gute Übereinstimmung ohne tendenzielle Abweichungen zu erkennen. Besonders bei hohen Geschwindigkeiten sind die Differenzen sehr klein. Bei kleinen Amplituden ist hingegen das Rauschen der Messung erkennbar.

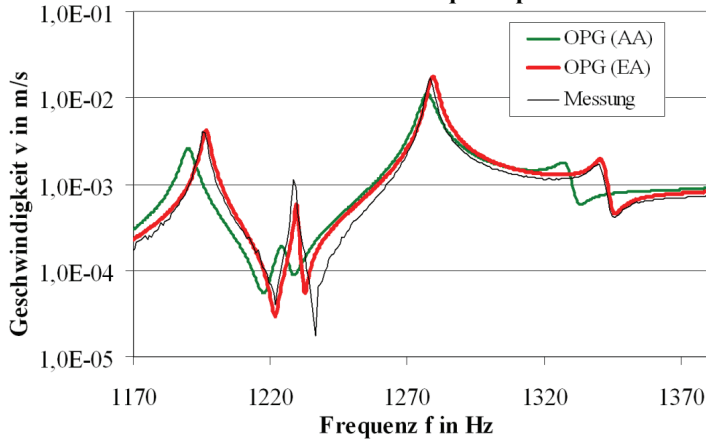
In Abb. 7-14 ist der in Abb. 7-13 hinterlegte Frequenzbereich von 1170 Hz bis 1380 Hz vergrößert dargestellt. Bei den Resonanzfrequenzen stimmen die ermittelten Geschwindigkeiten auch dann sehr gut überein, wenn wie hier die Eigenfrequenzen sehr nah beieinander liegen. Eine starke gegenseitige Beeinflussung der Moden lässt somit keine negativen Auswirkungen auf das Simulationsergebnis erkennen.

Zusätzlich ist in Abb. 7-14 der rein analytisch berechnete Geschwindigkeitsverlauf OPG(AA) dargestellt. Die hierbei verwendeten mittleren Dämpfungswerte führen zu deutlichen Abweichungen bei den Amplituden. Diese lassen sich jedoch nicht vermei-

den, wenn kein Prototyp zur experimentellen Ermittlung der modalen Dämpfungen zur Verfügung steht.



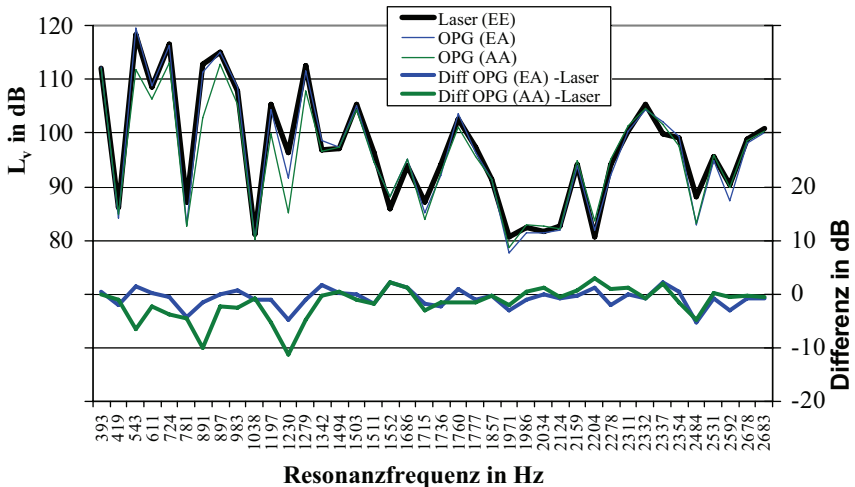
**Abb. 7-13: Gemessenes und berechnetes Frequenzspektrum des OPG**



**Abb. 7-14: Auswirkung der Modellanpassung beim OPG**

Deutlich sind auch die Auswirkungen durch die Anpassung der Eigenfrequenzen erkennbar. Steht ein Prototyp zur Verfügung, ist der Aufwand der experimentellen Ermittlung der modalen Dämpfungen und der Eigenfrequenzen durch die bessere Übereinstimmung der Simulation mit der Messung durchaus gerechtfertigt.

Bei Fahrzeuggetrieben ist die Motordrehzahl variabel, und somit variieren auch die Anregungskräfte im Getriebe sowie die motorinduzierten Anregungen in einem großen Bereich. Durch die relativ niedrigen modalen Dämpfungen werden deshalb die Schwingungen, und folglich auch die Schallemissionen, von der Strukturantwort bei den Resonanzfrequenzen dominiert. Die Amplituden zwischen den Resonanzfrequenzen sind um Zehnerpotenzen kleiner und damit unkritisch. Im Folgenden werden deshalb nur noch die Kenngrößen bei den Resonanzfrequenzen für den Vergleich mit der Messung herangezogen.



**Abb. 7-15: Mittlere Geschwindigkeiten und Differenzen beim OPG**

Um eine Aussage über die Abweichung an allen Punkten des Messstellennetzes treffen zu können, sind in Abb. 7-15 die über alle Messpunkte arithmetisch gemittelten Geschwindigkeiten in dB dargestellt, die durch die Anregung an der in Abb. 7-13 skizzierten Stelle hervorgerufen wurden. Zur besseren Lesbarkeit der Ergebnisse sind die Werte bei den Resonanzfrequenzen miteinander verbunden, d.h. die Linien zwischen den Datenpunkten haben keine physikalische Bedeutung.

Weiterhin sind in der unteren Hälfte (Skala rechts) die Differenzen der berechneten mittleren Geschwindigkeiten zu denen der Laser-Messung in dB aufgetragen. Auch hier



ist keine Frequenzabhängigkeit der Unterschiede gegenüber der Messung beim Modell OPG(EA) feststellbar.

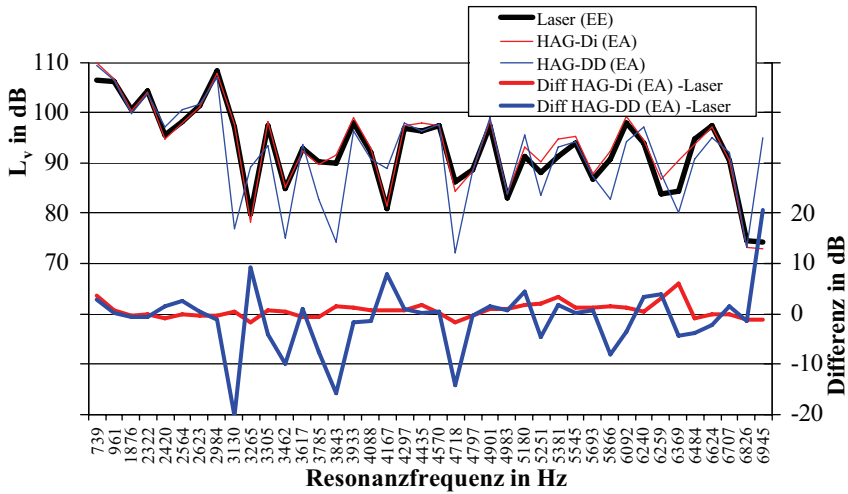


Abb. 7-16: Mittlere Geschwindigkeiten und Differenzen beim HAG-Gehäuse

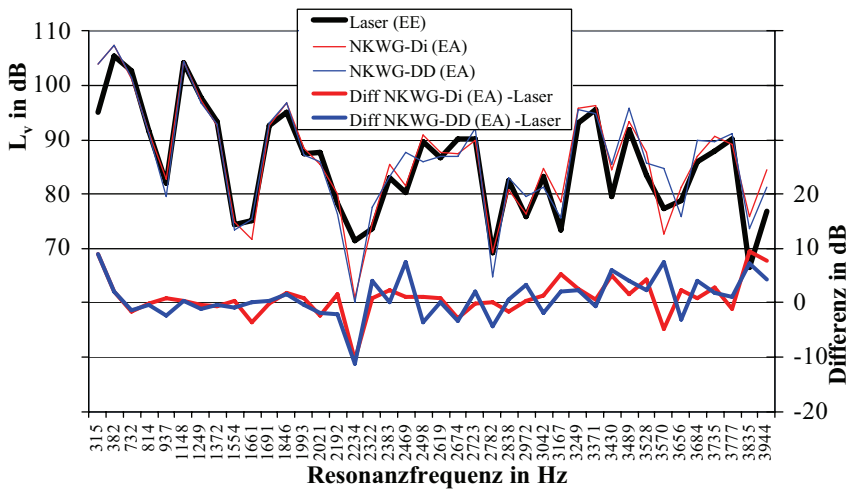


Abb. 7-17: Mittlere Geschwindigkeiten und Differenzen beim NKWG-Gehäuse

Die gemessenen modalen Dämpfungen verbessern das Simulationsergebnis um bis zu 8,3 dB. Vor allem bis ca. 1500 Hz ist eine deutliche Reduzierung der Abweichung auf-

grund der stark unterschiedlichen Dämpfungen (vgl. Abb. 7-12) zu verzeichnen. Die mit der Frequenz ansteigenden Werte des mit einem mittleren Dämpfungswert berechneten OPG(AA)-Modells lassen sich durch den tendenziellen Anstieg der experimentell ermittelten modalen Dämpfungen erklären.

Neben der Dämpfung hat der Korrelationsgrad der Eigenformen einen großen Einfluss auf die Abweichungen bei der Response Analysis. Die NMD-Werte des OPG-Modells lagen, im Vergleich zu den anderen Modellen, im Mittelfeld. Die Response Analysis des Modells mit dem höchsten mittleren NMD-Wert (HAG-DD) und der Struktur mit dem niedrigsten (HAG-Di) (siehe Abb. 7-16) und der NKWG-Modelle (siehe Abb. 7-17), spiegeln diese Abhängigkeit deutlich wider.

### 7.5.2 Streubilder (Scatterplots)

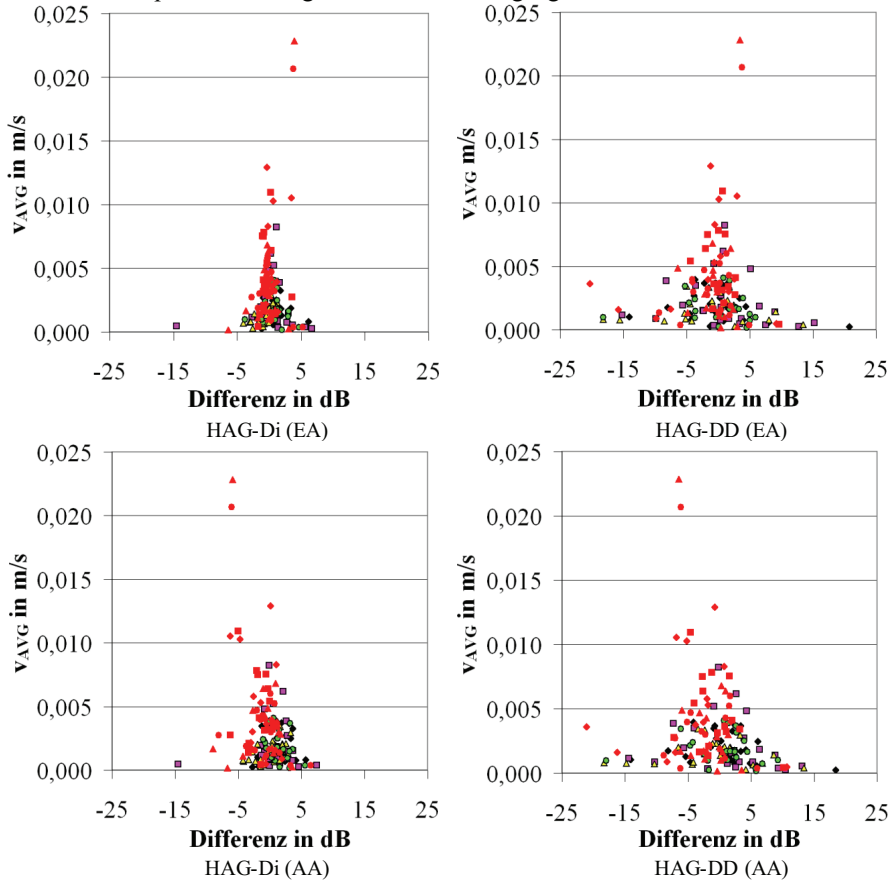
In Abb. 7-15 und Abb. 7-16 ist zudem zu erkennen, dass die größten Abweichungen vor allem bei kleinen Geschwindigkeiten auftreten. Der Grund liegt darin, dass das Gehäuse meistens dann schwach schwingt, wenn die Anregung bei der betrachteten Resonanzfrequenz in der Nähe von Knotenlinien stattfindet. Kleine Verschiebungen der simulierten Eigenformen führen deshalb schon zu großen Abweichungen der Eingangsadmittanz und somit der eingeleiteten Leistung.

Der Summenpegel wird jedoch durch die relativ großen Abweichungen bei den Resonanzfrequenzen mit geringen „Schwingungsneigung“ kaum beeinflusst. Für variable Anregungsfrequenzen sind deshalb bei der Betrachtung der Abweichungen die vorherrschenden Geschwindigkeiten mit zu berücksichtigen. Streubilder (Scatterplots) geben Aufschluss über die Abhängigkeiten von der Geschwindigkeit und die Abweichung der Simulation von der Messung im betrachteten Frequenzbereich. Durch die vier Anregungspunkte und die 40 Eigenfrequenzen steht mit jeweils 160 Werten pro Modell eine ausreichende Menge von Daten für eine statistisch aussagekräftige Auswertung zur Verfügung.

In Abb. 7-18 sind exemplarisch die Ergebnisse des HAG-Di und des HAG-DD-Gehäuses mit und ohne Model-Updating in Form von Streubildern dargestellt. Bei allen Modellen verringert sich die Streubreite bei höheren mittleren Geschwindigkeiten  $v_{AVG}$ . Die Streuung wird vor allem bei niedrigen Geschwindigkeiten umso größer, je kleiner die MAC-Werte sind. Die Verwendung von mittleren modalen Dämpfungen erhöht die Differenzen zur Messung unabhängig von der Geschwindigkeit und dem MAC-Wert. Im Scatterplot des HAG-Di(AA) Modells wird deshalb die Abhängigkeit der Abweichungen von der Höhe der Geschwindigkeit weitgehend durch die nicht analytisch ermittelbare Streuung der modalen Dämpfungen aufgelöst.

Beim Modell HAG-Di(EA) liegen alle Differenzen der gemittelten Geschwindigkeiten  $v_{AVG}$  im Bereich von  $\pm 6,5$  dB mit einer Ausnahme, bei der sich dieser Wert um 14,5 dB von der Messung unterscheidet. Hierbei handelt es sich um die Eigenform bei 6825,7

Hz, die mit der in Abb. 7-19 eingezeichneten Kraft angeregt wurde. Der MAC-Wert dieser Eigenform liegt mit 97,3% nur leicht unter dem Durchschnitt von 98,0 % und erklärt diesen Ausreißer nicht. Der Ort der Krafteinleitung liegt jedoch außerhalb der bei dieser hohen Frequenz nur noch lokal auftretenden Schwingungsbereiche, so dass dieser Mode aufgrund der sehr geringen Eingangsadmittanz von  $5,2 \cdot 10^{-7}$  m/s/N (Mittelwert aller Eigenfrequenzen ist  $1,2 \cdot 10^{-5}$  m/s/N) nur sehr gering angeregt wird und sich zudem die Amplituden der Eigenform an der Anregungsstelle sichtbar unterscheiden



**Abb. 7-18: Streubilder des HAG-Gehäuses**

Zur Untersuchung von Frequenzabhängigkeiten und zur Bewertung der Simulationsgenauigkeit in Abhängigkeit vom Frequenzbereich sind die Ergebnisse bis 4 kHz rot dargestellt. Die ersten acht Resonanzfrequenzen (siehe Abb. 7-16) weisen große Amplitu-

den auf, und demzufolge ist die Genauigkeit hoch. Die Werte zwischen 3 kHz und 4 kHz zeigen jedoch auch die bei niedrigen Geschwindigkeiten typischen Differenzen, so dass keine signifikante Frequenzabhängigkeit vorhanden ist.

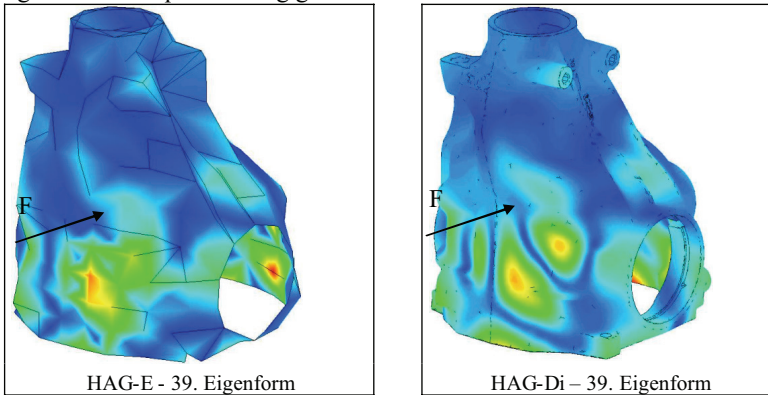


Abb. 7-19: 39. Eigenform der Messung (links) und der Simulation (rechts)

### 7.5.3 Statistische Auswertung der mittleren Geschwindigkeitspegel

Zur Dokumentation aller Vergleiche von Messung und Simulation sind in Abb. 7-20 und Abb. 7-21 die charakteristischen Kenngrößen für jedes Simulationsmodell ohne (AA) und mit (EA) Model-Updating dargestellt.

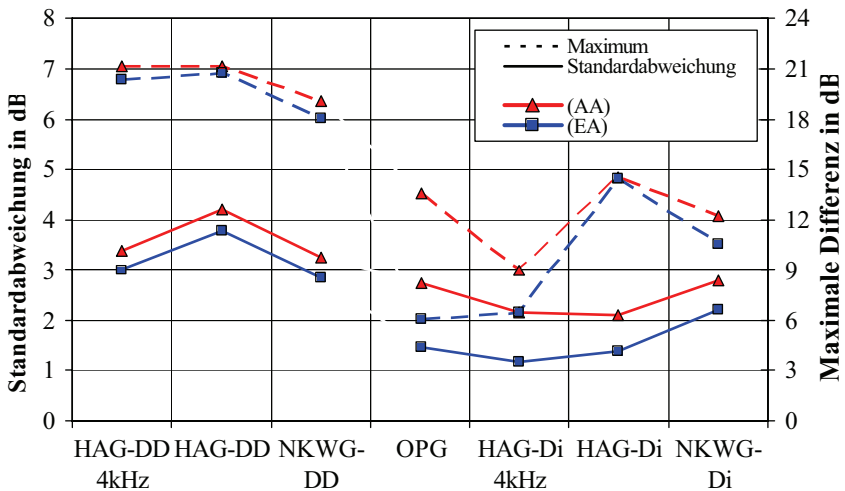
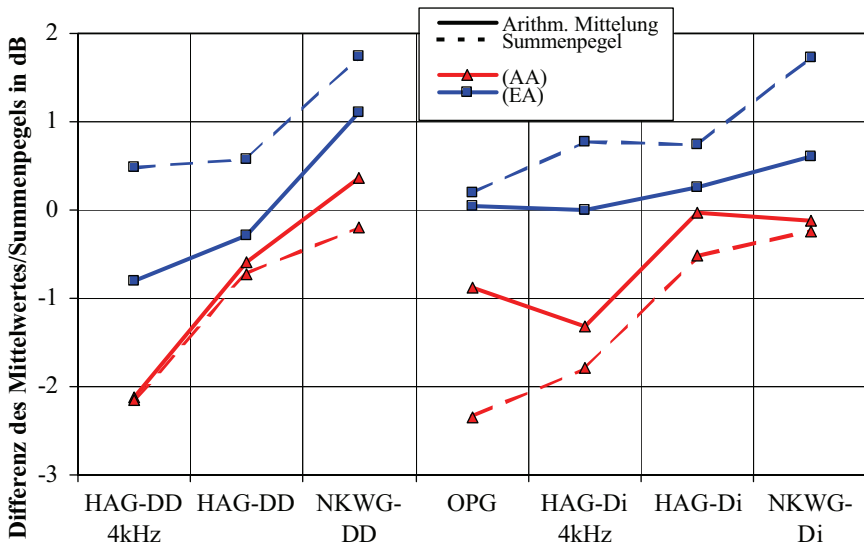


Abb. 7-20: Standardabweichung und max. Differenz der Schnellepegel

Als Basis dienen wiederum die über alle Messstellen arithmetisch gemittelten Geschwindigkeiten bei den ersten 40 Resonanzfrequenzen bzw. bei den ersten 16 Resonanzfrequenzen für die Auswertung des HAG-Modells bis 4 kHz. Jedes Modell wurde dabei an vier Punkten sequentiell angeregt, so dass 160 bzw. 64 Werte zur Verfügung standen. Erwartungsgemäß wird sowohl durch die Digitalisierung der Gehäuse als auch durch Modellanpassung mit experimentellen Dämpfungswerten und Eigenfrequenzen eine Verringerung der Standardabweichung und der maximalen Differenzen der mittleren Geschwindigkeitspegel erreicht. Die Standardabweichung weist zudem ähnliche Verläufe wie der NMD-Werte der Modelle auf.



**Abb. 7-21: Differenz des Mittelwertes/Summenpegels der Schnellepegel**

Beim OPG-Modell ist die im Vergleich zum NMD-Wert niedrige Standardabweichung auf eine relativ konstante Steifigkeitsverteilung zurückzuführen. Daher schwingt im betrachteten Frequenzbereich die gesamte Gehäuseoberfläche stark, und die Anregung findet daher kaum in Bereichen mit kleinen Amplituden statt. Dies erklärt auch die maximalen Differenzen, die sich entgegen den NMD-Werten umso niedriger ergeben, je weicher die Gehäuse sind (siehe v.a. OPG (EA)).

Eine Frequenzabhängigkeit des Verhaltens ist bei den digitalisierten Modellen nur bei den maximalen Differenzen zu erkennen. Bei den DD-Strukturen ist diese auch bei der Standardabweichung merklich vorhanden.

Die arithmetisch gemittelten Simulationsergebnisse der (EA)-Modelle stimmen sehr gut mit denen der Messung überein, und die Differenzen liegen selbst bei den CAD-

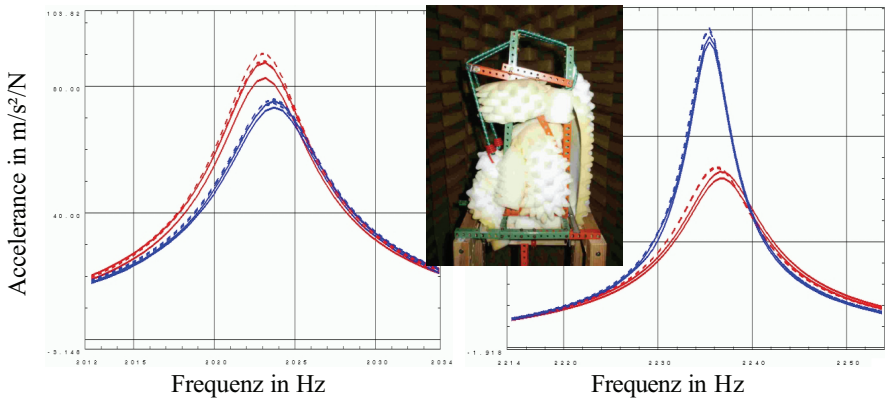
basierenden Modellen innerhalb eines Bandes von 2 dB. Durch die Verwendung von mittleren Dämpfungswerten (AA) wird der Mittelwert im Durchschnitt um 0,8 dB herabgesetzt. Um diese Verringerung der berechneten Geschwindigkeiten zu vermeiden, sind für die (AA)-Modell die Kehrwerte der modalen Dämpfungen für die Dämpfungsmittelung gemäß Gl.7-5 zu verwenden

$$\eta_{AVG} = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \frac{1}{\eta_r}} \quad \text{Gl. 7-5}$$

Die Pegeladdition verstärkt die Tendenzen der arithmetischen Mittelwerte (siehe Gl. 6-5). Bei den angepassten (EA)-Modellen bedeutet dies, dass für die Resonanzfrequenzen, bei denen die Strukturen stark schwingen, im Gegensatz zu den „leisen“ Frequenzen eine leichte Überhöhung entsteht. Die Absenkung bei den rein analytischen Modellen (AA) resultiert aus dem Umstand, dass große Amplituden bei den Resonanzfrequenzen durch geringe Dämpfungen entstehen. Durch die Verwendung von gemittelten Dämpfungswerten werden diese Amplituden, die bei der Pegeladdition überdurchschnittlich bewertet werden, herabgesetzt.

## 7.6 Schallabstrahlung

Bei Getriebegehäusen ist nur eine vernachlässigbar geringe Kopplung der Struktur mit dem Fluid im Außenraum vorhanden [67], so dass üblicherweise eine nicht gekoppelte Simulation des Körper- und des Luftschalls durchgeführt wird. Daher kann auch auf eine aufwendige Simulation des Luftschallfeldes im Innenraum verzichtet werden. Bei der Untersuchung von Gehäusen, die aufgrund von fehlenden Fügestellen und effektiven Frei-Frei-Lagerungen sehr geringe modale Dämpfungen aufweisen, sollte man sich jedoch dessen bewusst sein, dass die Fluid-Struktur-Kopplung im Gehäuseinnern durchaus das dynamische Verhalten verstärkend oder abschwächend beeinflussen kann. Dies wurde beim NKWG-Gehäuse nachgewiesen (siehe Abb. 7-22). Die blau dargestellten normierten Beschleunigungen (Accelerance) wurden ohne und die roten mit Dämpfungsmaterial am Flansch des Gehäuses gemessen, als Antwort auf die Anregung mit einem Modalhammer. Die Vorrichtung zur Frei-Frei-Lagerung und das gesamte Dämpfungsmaterial (siehe Foto in Abb. 7-22), das an keiner Stelle Kontakt mit dem Gehäuse hatte, befand sich im Gehäuseinnern. Um systematische Einflüsse, vor allem durch die Lage der grünen Gummibänder, an denen das Gehäuse hing, auszuschließen, wurden das Gehäuse und das Dämpfungsmaterial zweimal entfernt und wieder angebracht. Die unterbrochenen Linien stellen dabei die zweite Messreihe dar.



**Abb. 7-22: Auswirkung von Dämpfungsmaterial auf die Luft-Struktur-Kopplung**

Diese Interaktion wird jedoch bei der experimentellen Modalanalyse, bei der sich das Gehäuse natürlich auch schon im „Fluid“ Luft befindet, der modalen Dämpfung der Struktur zugerechnet. Daher müssen bei der Verwendung von Dämpfungselementen diese schon bei der Modalanalyse und der Response Analysis vorhanden sein, damit

beim Vergleich der gemessenen Schallabstrahlung mit der Simulation keine systematischen Fehler entstehen.

Im Gegensatz zum OPG-Gehäuse, bei dem das Schallfeld im Innenraum durch die Schaumstoffauflage abgeschlossen war, musste beim HAG-Gehäuse der Schall im Innern gedämpft werden, um eine Beeinflussung des äußeren Schallfeldes durch den Schallaustritt an den großen Gehäuseöffnungen so gut wie möglich zu unterbinden. Dies wurde mit Schaumstoff realisiert, der besonders an den Öffnungen angebracht war, jedoch keinen Kontakt mit dem Gehäuse hatte (siehe Abb. 7-23).

Um weitere Unterschiede bei den Randbedingungen während der EMA und der Response Analysis einerseits und der Schallmessung andererseits auszuschließen, wurden die Oberflächengeschwindigkeiten und der –schalldruck parallel gemessen. Für die Messung stand ein allseitig gedämpfter, vom Gebäude entkoppelter reflexionsarmer Raum zur Verfügung, dessen untere Grenzfrequenz von 160 Hz weit unter den niedrigsten Eigenfrequenzen der Referenzgehäuse liegt.



**Abb. 7-23: Körper- und Luftschallmessung im reflexionsarmen Raum**

### 7.6.1 Aufbau der Boundary-Element-Modelle

Bei der Erstellung der BE-Modelle für die Berechnung der Schallkenngrößen auf den äußeren Gehäuseoberflächen – genauer: in der Grenzschicht Struktur – Fluid (Luft) – ist ein Optimum zwischen teilweise gegensätzlichen Forderungen zu finden:

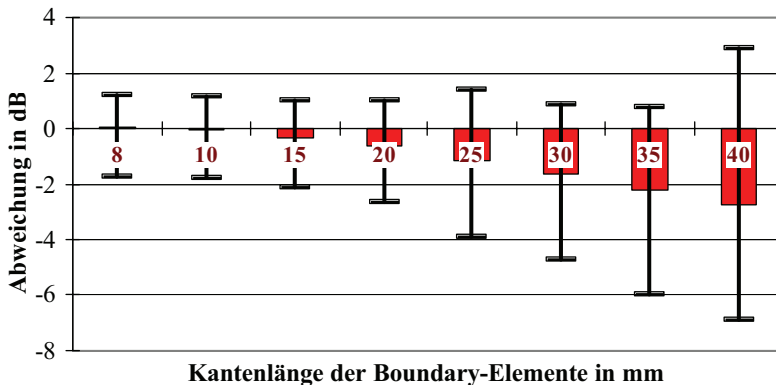
- Die Elementkantenlänge darf maximal ein Viertel der kleinsten Körperschallwellenlänge betragen [47], um Diskretisierungsfehler klein zu halten.
- Aufgrund des überproportionalen Anstiegs der Rechenzeit mit wachsender Elementanzahl [14] sollte das Netz aus möglichst wenig Elementen aufgebaut sein.



- Die automatische Erstellung des BE-Modells durch Vernetzung der CAD-Geometrie mit Schalenelementen erfordert umso mehr Interaktion durch den Benutzer, je größer die Elementkantenlänge ist.
- Die Anzahl und der Deformationsgrad der Elemente erhöhen die notwendigen Iterationsschritte bei der Lösung des Gleichungssystems und die Wahrscheinlichkeit, dass der CGS-Solver keine Konvergenz erzielt. Dies gilt auch für Elemente, die sich, wie z. B. bei Rippen, nah gegenüberstehen.

#### 7.6.1 a) Bestimmung der Boundary-Element-Kantenlänge des OPG-Gehäuses

Zur Bestimmung der optimalen Elementkantenlänge für BE-Modelle wurde bei verschiedenen Netzgrößen der Schalldruck an den Gehäuseoberflächen berechnet und der Messung gegenübergestellt. Das OPG-Gehäuse gibt sehr eindeutig die Auswirkungen der nominalen Elementkantenlänge auf die Simulationsgenauigkeit wieder (siehe Abb. 7-24). Dies ist durch die vollständig automatische Vernetzung der unverrippten Oberfläche, bei der sehr regelmäßig geformte Elemente entstehen, und die einfache Form des Gehäuses, das zu keinerlei Problemen bei der Gleichungslösung führt, erklärbar.



**Abb. 7-24: Mittlere Differenz und Streubereich in Abhängigkeit von der Boundary-Element-Größe**

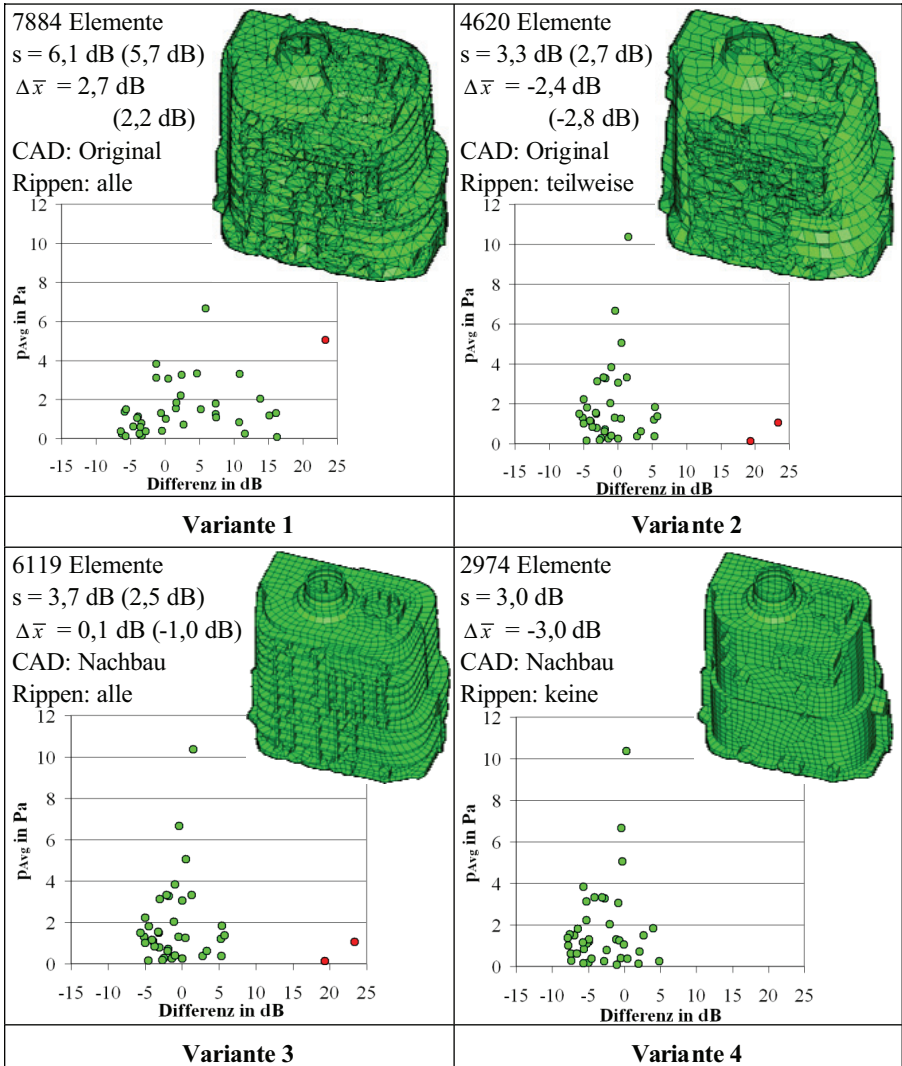
Die beste Übereinstimmung der berechneten Schalldrücke mit der Messung ergibt sich bei einer nominalen Elementkantenlänge von 10 mm. Sowohl die Differenzen der Mittelwerte als auch der Bereich, in dem die Differenzen bei den Resonanzfrequenzen streuen, ist hier minimal. Die Kantenlänge von 10 mm entspricht ca. fünf Elementen pro kleinster Körperschallwellenlänge. Bei 8 mm Kantenlängen verringert sich die Simulationsgenauigkeit wieder leicht, und die Rechenzeit, die bei 10 mm schon ca. 3 h pro Frequenz beträgt, erhöht sich stark.

#### 7.6.1 b) BE-Netz-Optimierung bei sehr komplexen Geometrien

Bei Strukturen mit sehr starker Verrippung oder anderen komplexen Geometrien, wie z.B. beim NKWG-Gehäuse, ist die Kantenlänge der BE-Elemente nicht mehr das alleinige Kriterium für die Simulationsgenauigkeit. Abweichungen der Elemente von der Standardform und sich nah mit der positiven Seite gegenüberstehende Elemente, wie es z. B. bei Verrippungen der Fall ist, erhöhen die Differenz der Berechnung zur Messung teils erheblich. Um diese Einflüsse zu bewerten, wurden mehreren BE-Modelle des NKWG-Gehäuses mit unterschiedlichen Methoden erstellt. In Abb. 7-25 sind vier dieser Varianten, die im Folgenden diskutiert werden, dargestellt. Dokumentiert ist der gemittelte Schalldruck  $p_{\text{AVG}}$  über der Differenz zwischen Simulation und Messung. Zusätzlich ist die Standardabweichung  $s$  der Differenzen und die Mittelwertsabweichung  $\Delta \bar{x}$  angegeben. Als Grundlage für die BE-Netze stand das originale CAD-Flächenmodell, mit dem auch die FE-Struktur erstellt wurde, im IGES-Format zur Verfügung. Somit war eine Entfeinerung der Geometrie über den Stammbaum nicht möglich.

Variante 1 wurde mit Section-Meshing-Tools aus dem Original-CAD-Modell erstellt. Die hohe Anzahl und die komplexen Formen der zu vernetzenden Flächen führte zu vielen BE-Elementen, die häufig von der Standardform abwichen und durch die hochgradige Verrippung oft entgegengesetzt ausgerichtet waren. Diese Defizite des Netzes führten zu einer hohen Standardabweichung, die, auch bei Vernachlässigung des Ausreißers (Wert in Klammern), nicht akzeptabel ist, wenn wie hier die Simulationen auf gemessenen Oberflächengeschwindigkeiten basieren. Nur bei diesem Modell ist zudem die Differenz zur Messung mit  $-4,2 \text{ dB / kHz}$  frequenzabhängig.

Bei Variante 2 wurden fast alle Elemente der Variante 1 einzeln manuell bearbeitet, um für die BEM kritische Stellen zu beseitigen. Kleine Elemente wurden verschmolzen, dreieckige zu viereckigen kombiniert, niedrige Rippen und kleine Geometrielemente beseitigt und Rippenflanken schräg gestellt. Hiermit halbierte sich nicht nur die Elementanzahl fast, sondern auch die Standardabweichung wurde fast halbiert. Allerdings sind zwei Ausreißer vorhanden. Zudem ist der Arbeitsaufwand für das Section-Meshing (2-3 Tage) und die Elementmodifizierung (4-6 Tage) sehr hoch und rechtfertigt die beiden nächsten Varianten.



**Abb. 7-25: Streuung des gemittelten Schalldruckes in Abhängigkeit von der Komplexität der BE-Modelle**

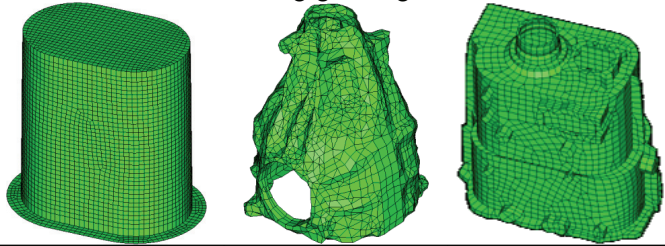
Um die Nachteile bei der Vernetzung und Simulation des Original-CAD-Modells zu umgehen, wurden nur die für die Schallabstrahlung relevanten Flächen des Gehäuses als CAD-Volumenmodell mit und ohne Rippen nachgebaut [41]. Der Zeitaufwand hierfür

wird durch die vollständig automatische Vernetzung, die regelmäßige Elementform und –anordnung und die niedrigere Elementanzahl kompensiert.

Die Variante 3 hat eine akzeptable Standardabweichung, jedoch neigt der Solver durch die gegenüberstehenden Elemente an den Rippenflanken immer noch zu Ausreißern. Die Variante 4 hingegen hat ähnliche Differenzen zur Messung, weist aber bei dieser Simulationsreihe keine Ausreißer auf, weshalb dieses BE-Modell für die Validierung der Schallabstrahlungsberechnungen des NKWG-Gehäuses verwendet wird. Dabei wird in Kauf genommen, dass der Mittelwert durch die fehlende Schallentstehung an den Rippen systematisch zu niedrig ist. Die Vernachlässigung von akustisch weniger relevanten Geometrieelementen bei der Ableitung des BE-Netzes wird auch in [44] erfolgreich durchgeführt.

### 7.6.1 c) Übersicht über die BE-Modelle für die Validierung

In Tabelle 7-6 sind die Eckdaten aller BE-Modelle gegenübergestellt.



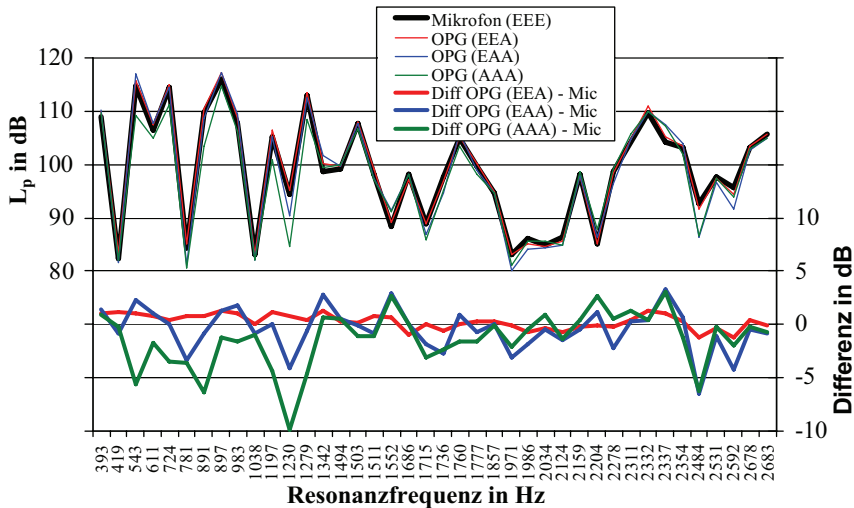
Kurzzeichen	OPG-BEM	HAG-BEM	NKWG-BEM
Elemente	4537	3481	2974
Knoten	4592	2293	2966
Mittlere Elementkantenlänge	10,2 mm	10,2 mm	13,6 mm

**Tabelle 7-6: Eckdaten aller BE-Modelle**

Das HAG-Gehäuse nimmt sowohl bei der Anzahl der Elemente als auch bei der Abbildungstreue der Gehäusegeometrie eine Mittelstellung ein. Durch die wenigen Rippen waren keine Konvergenzprobleme zu erwarten, so dass alle Geometrieelemente modelliert wurden. Allerdings führte durch die vielen Radien die automatische Vernetzung nicht direkt zum endgültigen BE-Modell. Durch manuelle Netzoptimierung mussten, wie bei der Variante 2 des NKWG, kleine Elemente noch kombiniert und der Verzerrungsgrad vieler Elemente reduziert werden.

### 7.6.2 Schalldruck an der Strukturoberfläche

Bei den Schalldruckmessungen wurde mit Kondensatormikrofonen in einem Abstand von 2-4 mm von der Gehäuseoberfläche an allen Knoten der Messstellennetze (siehe Tabelle 7-4) der Schalldruck gemessen. Angeregt wurde wie bei der Frequenzganganalyse an den ausgewählten vier Punkten mit einem Impulshammer (vgl. Kap. 7.5). Für die Simulation der Schalldrücke an den Außenflächen der Referenzgehäuse wurde das von Wender [82] erstellte Programm ASOURA verwendet, dessen Theorie in Kapitel 4.3 beschrieben ist.

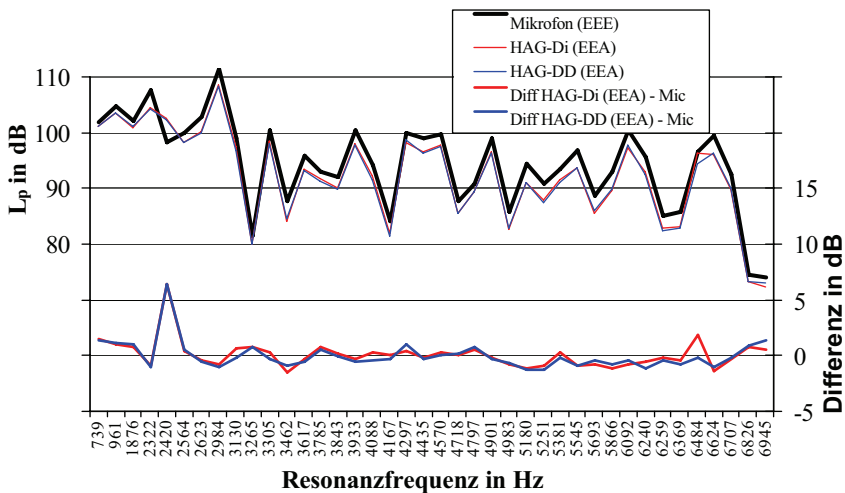


**Abb. 7-26: Mittlere Schalldruckpegel und Differenzen beim OPG**

In Abb. 7-26 sind die mittleren Schalldruckpegel des OPG-Gehäuses ohne Updating (AAA) und mit Updating durch die modalen Dämpfungen (EAA) bzw. durch die gemessenen Oberflächengeschwindigkeiten (EEA) wiedergegeben. Bei der Simulationsvariante (EEA) wurde als Grundlage die berechnete Geschwindigkeitsverteilung mit den mittleren Messwerten skaliert. Aufgrund der hohen Qualität der Eigenformen konnte auf diese Weise eine aufwendige fehlerbehaftete Interpolation der gemessenen Geschwindigkeiten des grobmäschigen Messstellennetzes auf das feinere BEM-Netz umgangen werden. Die Anregung erfolgte bei den hier dokumentierten Schalldruckpegeln am gleichen Ort wie in Abb. 7-15. Deshalb stimmen die Differenzen der rein analytischen (AAA)- und der (EAA)-Berechnungen mit denen der Response Analyse sowohl im Verlauf als auch im Betrag sehr gut überein. Bemerkenswert sind die sehr geringen Unterschiede der (EAA)-Berechnungen im Vergleich zu den Messungen. Hier sind die

Differenzen der vorausgegangenen Simulationsschritte nicht akkumuliert, und somit ist eine quantitative Bewertung der BE-Methode möglich. Die Werte streuen lediglich in dem Bereich von -1,2 dB bis +1,3 dB. Hierin ist zudem noch eine Frequenzabhängigkeit von 0,34 dB/kHz enthalten. Diese resultiert aus der relativ immer geringeren Anzahl an Elementen, mit denen die mit steigender Frequenz immer kürzeren Körperschallwellen abgebildet werden. Diese Tendenz steht in Einklang mit den in Kapitel 7.6.1 a) dokumentierten Ergebnissen.

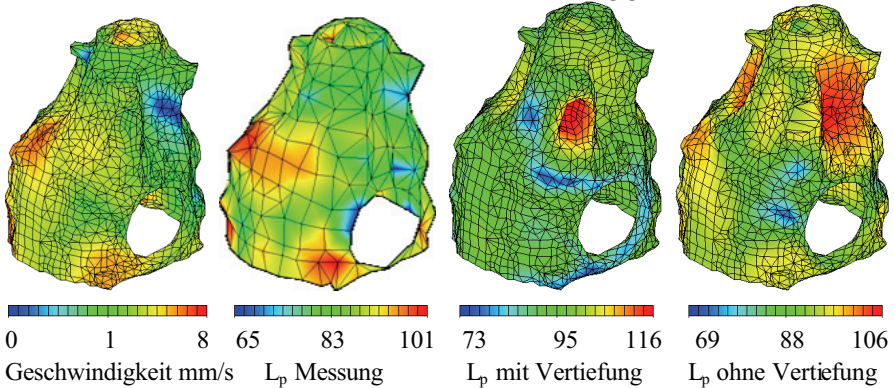
Die Frequenzabhängigkeit ist bei den beiden HAG-(EEA)-Modellen, unter Vernachlässigung eines Ausreißers bei 2420 Hz, mit 0,2 dB/kHz nicht ganz so stark ausgeprägt. Trotz der relativ komplexen Geometrie und der nicht optimal geformten Boundary-Elemente sind bei allen Anregungsknoten die Differenzen zur Messung bis auf eine Ausnahme auf den Bereich von -2,2 dB bis +2,0 dB begrenzt. Die vergleichbare Streuung des Di- und des DD-Modells zeigt, dass die hier sehr unterschiedlichen MAC-Werte und somit die Schwingungsverteilung kaum Auswirkungen auf die mittleren Schalldrücke haben.



**Abb. 7-27: Mittlere Schalldruckpegel und Differenzen beim HAG**

Die große Differenz bei 2420 Hz tritt bei allen Anregungsknoten etwa gleich stark auf mit einem Betrag zwischen 5 und 6 dB. Der Grund hierfür ist aus dem Vergleich der zugrunde liegenden Oberflächengeschwindigkeiten und der gemessenen und simulierten Schalldruckverteilung als Antwort auf die gewählte normierte Anregung ersichtlich (siehe Abb. 7-28). Sowohl bei den berechneten Geschwindigkeiten als auch bei den gemessenen Schalldrücken ist an der Vertiefung in der Mitte der Darstellung kein Anstieg der Amplituden erkennbar. Die CGS-Solver berechnet jedoch in dieser Vertiefung

Schalldrücke, die im Vergleich zur Messung um ca. 25 dB zu hoch sind. Dass die beiden – allerdings sehr strengen – Abbruchkriterien des Programms bei 34 Iterationschleifen nur mit Werten um  $10^{-6}$  Pa um vier Zehnerpotenzen verfehlt wurden, deutet darauf hin, dass hier nur ein lokales Minimum für die Lösung gefunden wurde.

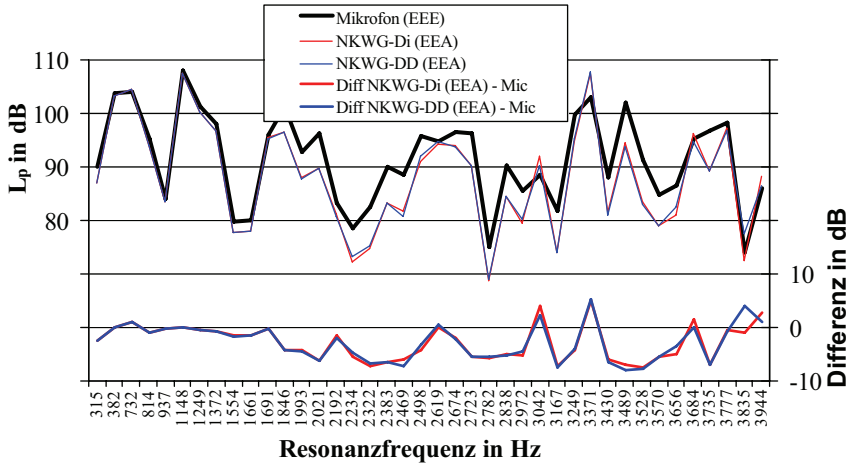


**Abb. 7-28: Analyse der größten Schalldruckdifferenzen beim HAG-Gehäuse**

Ganz rechts sind die Ergebnisse dargestellt, die ermittelt wurden, nachdem die Vertiefung entfernt und mit relativ großen Elementen verschlossen wurde. Die Beseitigung der gegenüberstehenden Elemente bewirkt, dass die Iterationsfehler in der Größenordnung von  $10^{-8}$  Pa liegen und an der Stelle der Vertiefung die Werte besser mit den Messergebnissen übereinstimmen. Die Schalldruckverteilung ist in den anderen Vertiefungen zwar immer noch etwas überhöht, der mittlere Schalldruckpegel liegt jedoch um -3,37 dB niedriger und ist damit akzeptabel.

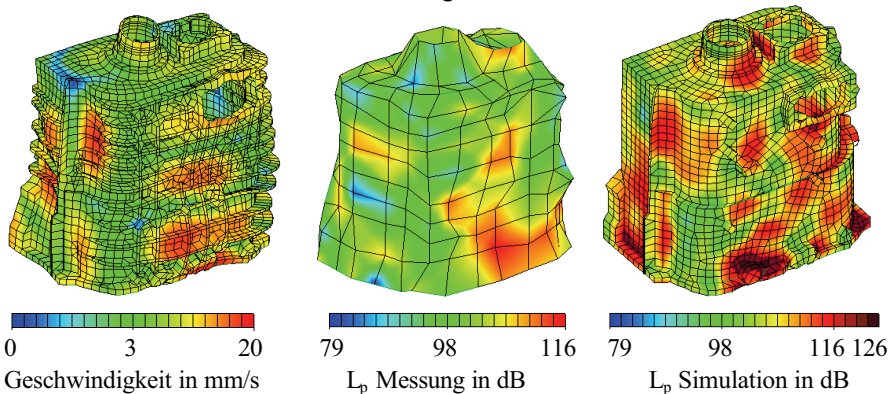
Aufgrund der fehlenden Rippen beim BE-Modell des NKWG-Gehäuses sind die Unterschiede zur Messung, im Vergleich zu den beiden anderen Referenzgehäusen, deutlich höher. Erstrecken sich die Körperschallhalbwellen über mehrere Rippenreihen, beeinflusst die einzelne Rippe die Schallabstrahlung nicht. Als Folge sind die Differenzen zur Messung bis 1691 Hz sehr gering (siehe Abb. 7-29). Oberhalb dieser Frequenz beginnen aufgrund der komplexeren Eigenformen die Rippen selbst zu schwingen und Schall abzustrahlen. Dies führt bei der Berechnung wegen der nicht modellierten Rippen beim BE-Modell fast sprunghaft zu deutlich niedrigeren Schalldrücken. Im weiteren Bereich sind aber auch mehrere Frequenzen erkennbar, bei denen die Schalldrücke wie bei dem Ausreißer des HAG-Gehäuses deutlich zu hoch sind.





**Abb. 7-29: Mittlere Schalldruckpegel und Differenzen beim NKWG (AnrK 141)**

Als Beispiel sind in Abb. 7-30 die Geschwindigkeiten und die gemessenen und berechneten Schalldruckpegel bei 3371 Hz gegenübergestellt. Hier liefert die Schallabstrahlungsberechnung – möglicherweise aufgrund der ungünstigeren Kombination der Schwingungsform mit der Elementierung – sehr hohe und damit nicht korrekte Schalldrücke. Dieses Phänomen ist bereits seit längerem bekannt.



**Abb. 7-30: Analyse der Differenz bei 3371 Hz des NKWG-Gehäuses**



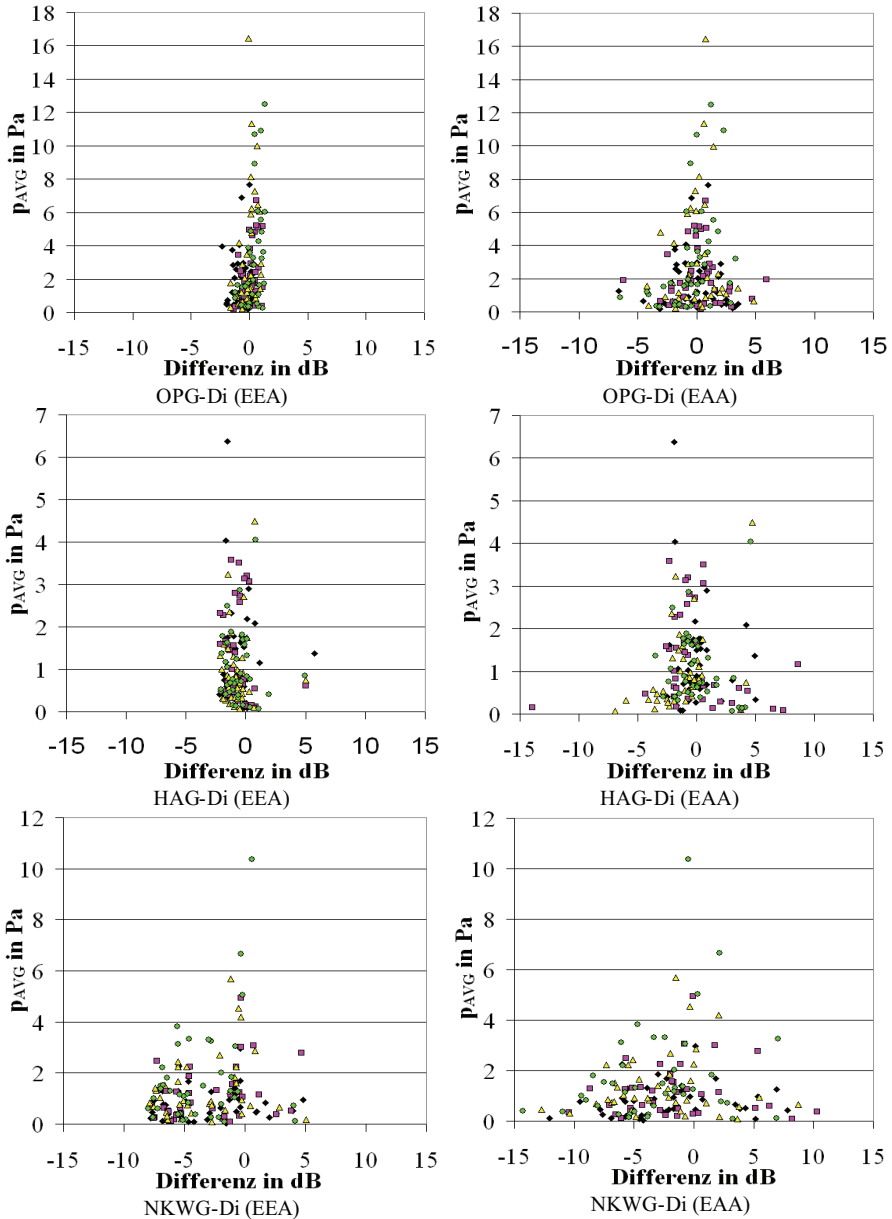
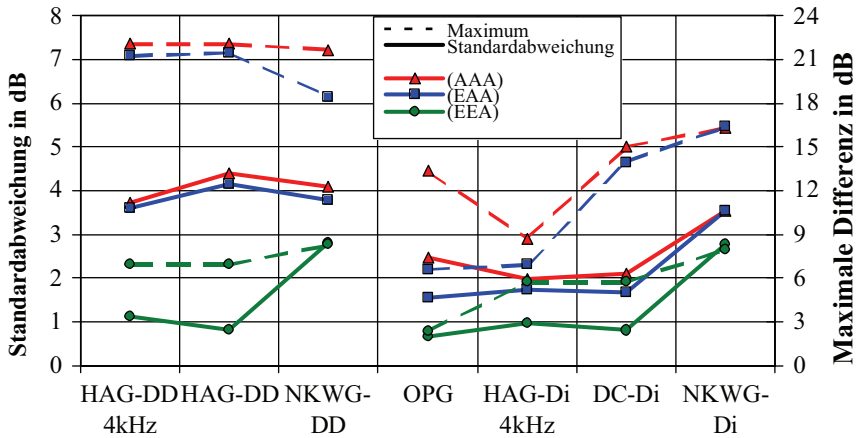


Abb. 7-31: Streubilder der digitalisierten (EEA) und (EAA)-Modelle

Durch die Gegenüberstellung der Ergebnisse der digitalisierten (EEA) und (EAA)-Modelle bei allen Anregungsfällen (Streubilder in Abb. 7-31) werden mehrere Tendenzen erkennbar:

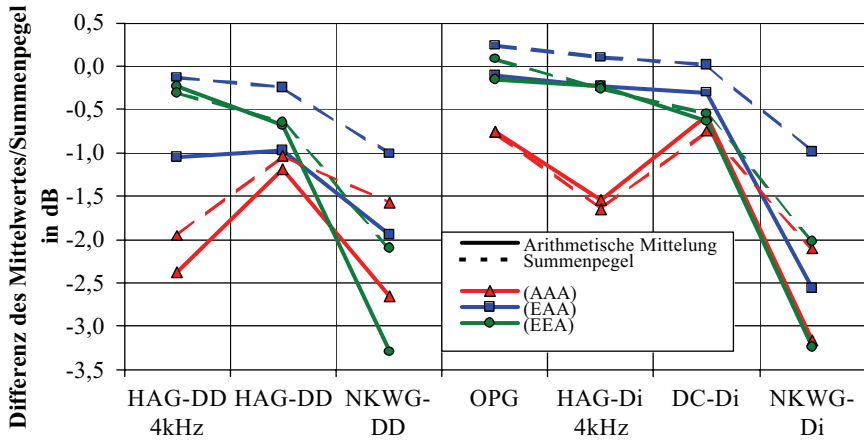
- Bei den Modellen, bei denen „nur“ die modalen Dämpfungen und die Eigenfrequenzen angepasst wurden (EAA), addieren sich die Differenzen zwischen Rechnung und Messung von der Response Analysis (siehe Abb. 7-18) und der Schallfeldsimulation. Dies vergrößert die Streubreite gegenüber den Schalldrücken, die mit gemessenen mittleren Geschwindigkeiten ermittelt wurden (EEA), um ca. 5 dB in jede Richtung.
- Werden alle Geometrieelemente modelliert (OPG und HAG), differieren die Simulation und die Messung nur um ca.  $\pm 2$  dB. Mit zunehmender Komplexität der Geometrie nimmt nicht allgemein die Genauigkeit ab, sondern nur die Anzahl an Ausreißern zu, und der Mittelwert verschiebt sich in den negativen Bereich.
- Die Modellvereinfachung durch Vernachlässigung der Rippen beim NKWG(EEA)-Modell führt zu einem deutlich größeren Streubereich. Alle Werte oberhalb von ca. 2 dB sind in Konvergenzproblemen des Solvers begründet und deshalb als Ausreißer zu betrachten, so dass fast alle „korrekten“ Simulationsergebnisse einen zu geringen Schalldruck aufweisen.
- Konvergenzprobleme des CGS-Solvers führen immer zu erhöhten Werten.
- Die größten Übereinstimmungen mit den Messungen treten bei hohen Schalldrücken auf, die alle im unteren Frequenzbereich entstehen (siehe auch Abb. 7-18). Hier weisen die Schwingungsformen nur wenige, große „Schwingungsbäuche“ auf. Je komplexer die Schwingungsformen werden, desto größer ist die Differenz zwischen Messung und Simulation.

Für den Vergleich der Simulationsergebnisse aller Modelle mit der Messung auf dieser Validierungsebene sind in Abb. 7-32 die statistischen Kennwerte der gemittelten Schalldrücke gegenübergestellt. Bei dem OPG- und bei dem HAG-Gehäuse bestätigen die Standardabweichungen und die maximalen Differenzen der (EEA)-Berechnungen, dass mit der Boundary-Element-Methode quantitativ aussagekräftige Schallfeldsimulationen auf hohem Niveau möglich sind. Die Verläufe der (AAA)- und (EAA)-Berechnungsergebnisse sind weitestgehend identisch mit den Verläufen bei der Response-Analysis (vgl. Abb. 7-20), und die Werte sind im Allgemeinen nur um wenige Zehntel dB höher. Diese Erhöhungen resultieren bei allen Referenzgehäusen aus den von der BEM-Rechnung zusätzlich hereingebrachten Streuungen. Die Standardabweichungen der (EEA)-Berechnungen addieren sich jedoch nur zu weniger als 50 % zu denen der vorausgegangenen Simulationsschritte. Die relativ großen Streuungen bei den NKWG (EEA)-Modellen führen zu 0,8 bis 1,3 dB höheren Standardabweichungen im Vergleich zur Response Analysis.



**Abb. 7-32: Standardabweichung und max. Differenz der Schalldruckpegel**

Die berechneten Schalldrücke sind gegenüber der Messung im Mittel eher zu niedrig, wie aus Abb. 7-33 zu erkennen ist.

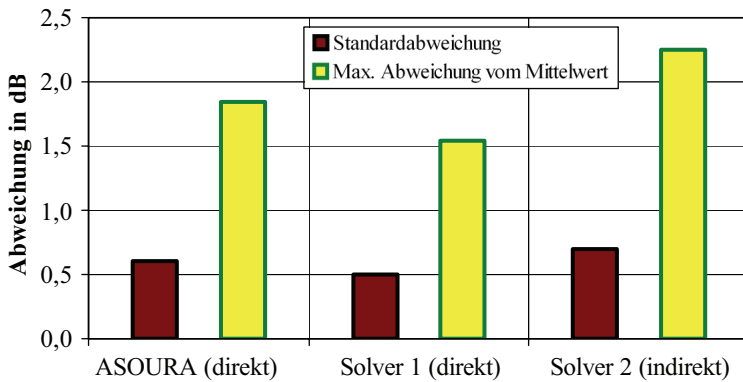


**Abb. 7-33: Differenz des Mittelwertes/Summenpegels der Schalldruckpegel**

Der Anteil der Schallabstrahlungsberechnung an diesem Effekt, wird durch die (EEA)-Berechnungen widergespiegelt. Wird das BE-Modell nicht vereinfacht, wie beim OPG und beim HAG-Gehäuse, sind die Differenzen sehr gering und nur leicht von der Komplexität der Geometrie und vom Frequenzbereich abhängig. Die Vernachlässigung der Rippen beim NKWG-Gehäuse hat eine Verringerung des Schalldrucks von 3,2 dB beim

arithmetischen Mittel und von 2,1 dB beim Summenpegel zur Folge. Die arithmetischen Mittelwerte der reinen Berechnung (AAA) bzw. bei Modellanpassung mit modalen Dämpfungen und Eigenfrequenzen (EAA) ergeben sich, wenn zu den Mittelwerten bei der Response Analysis (vgl. Abb. 7-27) die Differenzen der reinen Schallabstrahlungsberechnung (EEA) addiert werden. Durch die Pegeladdition ist bei den Summenpegeln diese exakte additive Abhängigkeit nur noch leicht vorhanden.

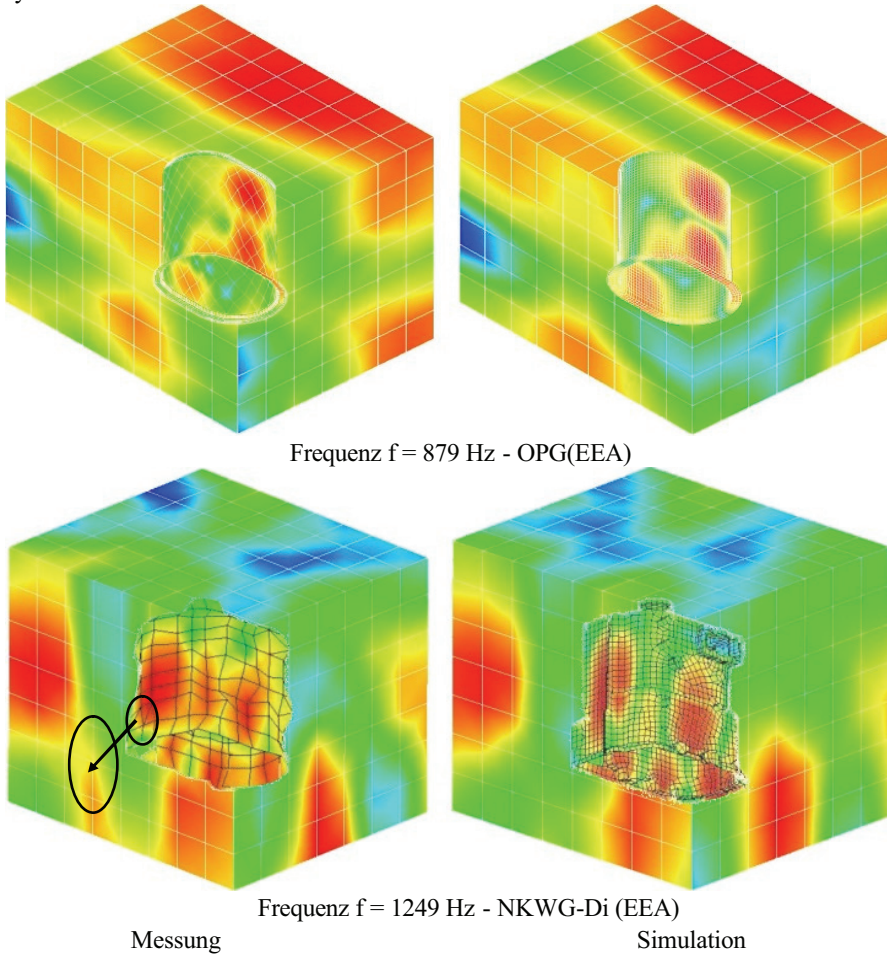
Die quantitative Übereinstimmung der berechneten Schalldruckpegel an der Oberfläche mit der Messung wurde bisher in Abhängigkeit von der Komplexität des BEM-Modells und der Qualität der Randbedingungen (Amplituden und Verteilung der Oberflächengeschwindigkeiten) untersucht. Durch die Skalierung der Ergebnisse des angepassten OPG-(EA)-Response-Analysis-Modells mit den mittleren experimentellen Oberflächengeschwindigkeiten konnte bisher der höchste Korrelationsgrad bei der Schalldruckberechnung erzielt werden. Die verbleibende Differenz zwischen der OPG-(EEA)-Rechnung und der Messung wird somit nur noch hervorgerufen durch Unterschiede in der Geschwindigkeitsverteilung, Messfehler und die Schallabstrahlungsberechnung selbst. Um das hier verwendete nichtkommerzielle Programm „ASOURA“, das die in Kapitel 4.3.3 beschriebene direkte BEM und einen CGS-Solver verwendet, zu bewerten, wurde dies mit zwei kommerziellen BEM-Programmen verglichen [13]. Hierbei wurden Programmsysteme ausgewählt, die sowohl auf der direkten als auch auf der indirekten BEM [10] [12] [24] [30] [40] aufbauen.



**Abb. 7-34: Vergleich von ASOURA mit kommerziellen BEM-Solvern**

Die Standardabweichungen des OPG-(EEA)-Modells zur Messung und die maximalen Abweichungen vom Mittelwert sind für die verschiedenen BEM-Solver in Abb. 7-34 dargestellt. Mit allen Programmen sind vergleichbare, sehr gute Ergebnisse erzielbar, wobei jedoch die indirekte BEM leicht höhere Differenzen zur Messung aufweist. Diese erfordert aber auch weniger Rechenzeit, weil hier „nur“ Gleichungssysteme mit sym-

metrisch besetzten Matrizen zu lösen sind, im Vergleich zu den voll besetzten und un-symmetrischen Matrizen der direkten BEM.



**Abb. 7-35: Gemessene und berechnete Schalldrücke an der Gehäuseoberfläche und Schallintensitäten an externen Flächen**

### 7.6.3 Schallintensitäten an externen Flächen

Sind die Schalldrücke an den Gehäuseoberflächen bekannt, können mittels einer Nachlaufrechnung (siehe Kapitel 4.3.6) akustische Kenngrößen an jedem beliebigen Ort im Außenraum berechnet werden. Diese Orte stellen virtuelle „Messsonden“ dar, die keine

Veränderung des Schallfeldes bewirken. Für die nächste Validierungsstufe wurden hierfür Punkte definiert, die auf jeweils drei Seiten der Gehäuse Flächen im Abstand von 200 mm bis 300 mm bildeten. Anschließend wurden die Schallintensitäten an diesen externen Flächen, auch Data Recovery Mesh (DRM) oder Field Mesh Points genannt, experimentell und rechnerisch ermittelt. Diese sind in Abb. 7-35 exemplarisch bei jeweils einer Resonanzfrequenz qualitativ dargestellt (Zur besseren Vergleichbarkeit haben die Schalldruckpegel und die Schallintensitätspegel unterschiedliche Skalierungen). Die Amplitudenverteilung an den Gehäuseoberflächen ist auch an den externen Flächen wieder zu erkennen und die „Form“ des Schallfeldes weist zwischen Simulation und Messung einen hohen Grad an Übereinstimmung auf.

Für die Schallintensitätsmessungen standen zwei Verfahren zur Verfügung: Bei der Zweimikrofontechnik (p-p-Sonde) werden zwei Mikrofone im Abstand  $\Delta r$  (hier:  $\Delta r = 12$  mm) normal zur Messfläche ausgerichtet. Zur Berechnung der Schallintensität nach Gl. 4-85 wird der mittlere Schalldruck  $p$  der beiden Mikrofone herangezogen:

$$p \approx \bar{p}_m = \frac{p_1 + p_2}{2} \quad \text{Gl. 7-6}$$

Bei der Schallschnelle  $v_r$  wird davon ausgegangen, dass sie in Phase zum Druck ist, wie es im Fernfeld annähernd der Fall ist, so dass gilt:

$$v_r = \frac{1}{\rho_0} \cdot \int \frac{\partial p}{\partial r} dt \approx - \frac{1}{\rho_0} \cdot \int \frac{p_2 - p_1}{\Delta r} dt \quad \text{Gl. 7-7}$$

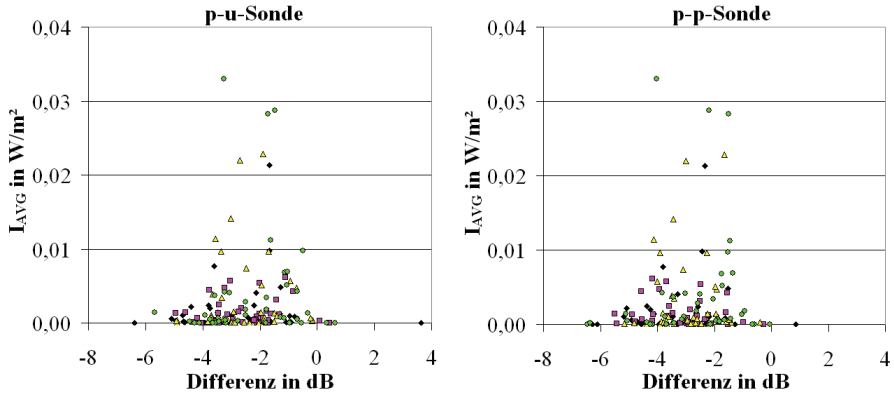
Die mittlere Schnelle zwischen den Mikrofonen berechnet sich damit bei einem harmonischen Ansatz (Gl. 7-8)

$$p_1 = \hat{p}_1 \cdot \sin(\Omega t + \Delta \varphi) \quad \text{und} \quad p_2 = \hat{p}_2 \cdot \sin(\Omega t) \quad \text{Gl. 7-8}$$

zu

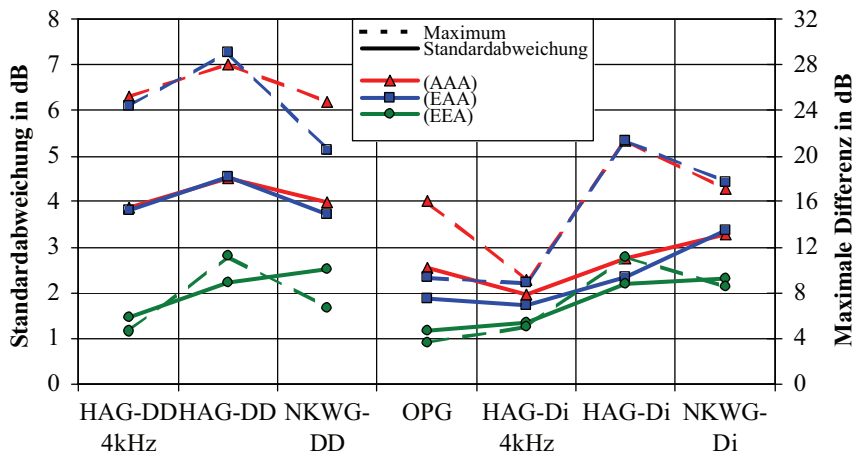
$$v_r = \frac{\bar{p}_m}{\rho_0 \Delta r \pi f} \cdot \sin\left(-\frac{\Delta \varphi}{2}\right). \quad \text{Gl. 7-9}$$

Seit wenigen Jahren gibt es auch Schallschnellesonden (p-u-Sonden) in vergleichbarer Größe (1/2“) und Qualität, mit denen die Schallschnelle direkt gemessen werden kann. Hier wird an zwei stromdurchflossenen Leitern, die nur wenige Nanometer voneinander entfernt sind, die Widerstandsänderung aufgrund der Abkühlung durch die Luftbewegungen (Schallschnellen) ausgewertet. Befinden sich die zwei Leiter in der Bewegungsrichtung der Luft, wird der zweite Leiter durch die schon vom ersten Leiter erwärmte Luft weniger abgekühlt als der erste, so dass über die Leitungswiderstände auf die Schallschnelle zurückgeschlossen werden kann. Im Gegensatz zur p-p-Sonde ist jedoch eine frequenzabhängige Korrektur notwendig [29].



**Abb. 7-36: Gegenüberstellung der Ergebnisse der Schallintensitätsmessverfahren beim OPG (EEA)-Gehäuse**

In Abb. 7-36 sind die Streudiagramme der p-u- und der p-p-Sonde von Messungen am OPG-Gehäuse der (EEA)-Simulation gegenübergestellt. Bei den Standardabweichungen von 1,2 bzw. 1,1 dB ist kein signifikanter Unterschied erkennbar. Daher wurde aufgrund des besseren Mittelwertes von -2,2 dB gegenüber -2,8 dB bei der p-p-Sonde und der leichteren Auswertung der Daten für die Schallintensitätsmessungen bei den anderen Referenzgehäusen die p-u-Sonde verwendet.



**Abb. 7-37: Standardabweichung und max. Differenz der Schallintensitätspegel**

Die Schallintensitätsmessungen wurden auch im reflexionsarmen Raum durchgeführt, um Reflexionen an Flächen, die bei der Simulation nicht berücksichtigt wurden, auszu-

schließen. Um die Sondenpositionen schnell und mit großer Wiederholgenauigkeit anzufahren, kam hierfür ein Roboter zum Einsatz. Die Auswertung der Messergebnisse fand wieder bei jeder Resonanzfrequenz und bei den vier Anregungsfällen statt, indem die Intensitäten aller Field Mesh Points arithmetisch gemittelt wurden. Die Messpunkte befanden sich jeweils in der Mitte der Feld-Elemente, die alle mit 100 x 100 mm die gleiche Größe hatten. Auf diese Weise entsprechen die mittleren Intensitätswerte den durch die externen Flächen hindurch abgestrahlten Schallleistungen.

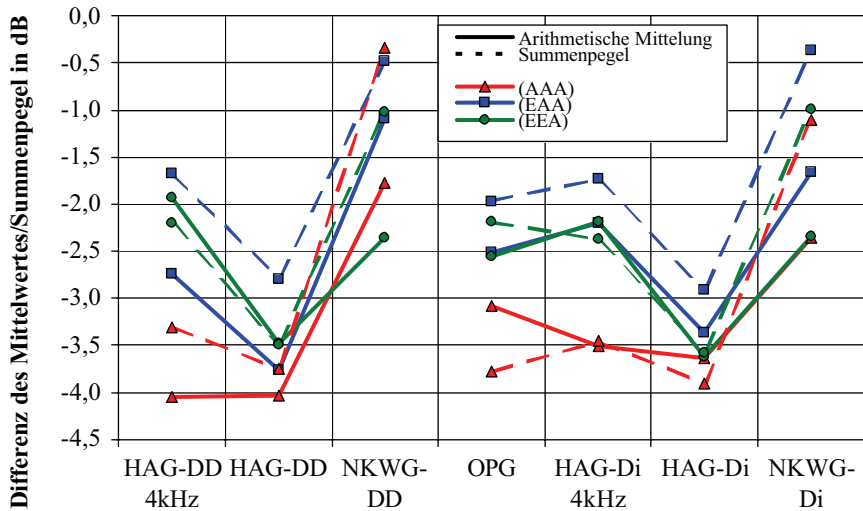
Beim Vergleich der Standardabweichungen und der maximalen Differenzen der berechneten und der gemessenen Schallintensitäten (siehe Abb. 7-37) ist, gegenüber den Ergebnissen der Akustikanalyse an der Gehäuseoberfläche, bei den beiden HAG-Gehäusen eine deutliche Erhöhung der Werte zu erkennen. Diese Erhöhung ist jedoch hauptsächlich im Frequenzbereich über 4 kHz feststellbar; die HAG-4kHz-Modelle weisen, wie auch die anderen Gehäusestrukturen, nur einen geringfügig größeren Unterschied zwischen Simulation und Messung auf. Ursache hierfür sind die großen Gehäuseöffnungen, die wie der Innenraum mit Dämpfungsmaterial ausgefüllt wurden (siehe Abb. 7-23). Die Effektivität des verwendeten Schaumstoffes scheint jedoch frequenzabhängig zu sein. Die Auswirkung von Schallaustritten aus dem Gehäuseinnern ist im Übrigen auch beim NKWG-Getriebe in Abb. 7-35 deutlich sichtbar. Die Gehäuseöffnung von ca. 80 x 100 mm bildet sich durch den ungedämpften Innenraum sehr scharf umrissen an der externen Fläche ab (siehe schwarze Umrandung).

Der Schallaustritt durch die Öffnungen macht sich beim HAG-Gehäuse auch bei den Mittelwerten/Summenpegeln bemerkbar (siehe Abb. 7-38). Während bei den Schalldrücken an der Oberfläche die Simulation auf Basis der gemessenen Geschwindigkeiten (EEA) weniger als 0,7 dB leiser als die Messung ist, sind es an den externen Flächen schon -3,5 dB. Bei zusätzlichen Schallquellen in Form von Öffnungen - und gleichbedeutend damit - bei nicht in die Berechnung eingebundenen Anbauteilen erhöht sich somit nicht nur die Streuung der Ergebnisse, sondern es verringert sich auch die Aussagekraft des Mittelwertes erheblich. In solchen Fällen ist deshalb für die Gewährleistung der Vergleichbarkeit von Messung und Rechnung der Schalldruck an der Gehäuseoberfläche als Referenzgröße zu empfehlen. Noch besser ist es, die mit einer p-u-Sonde direkt am Gehäuse gemessene Schallintensität für den Vergleich heranzuziehen. Hiermit wird der Einfluss der in der Simulation nicht berücksichtigten Schallquellen weiter reduziert, weil die Schallschnellesonde nur die Schnellenanteile in Messrichtung erfasst.

Die berechneten Mittelwerte aller anderen (EEA)-Modelle sind dagegen relativ konstant zwischen 1,9 und 2,5 dB leiser als die der Messung. Beim NKWG-Gehäuse wäre allerdings aufgrund der um 2,8 dB zu niedrigen Schalldrücke an der Oberfläche eine stärkere Reduktion des extremen Mittelwertes zu erwarten gewesen. Dass dies nicht der Fall ist, zeigt, dass zwar durch das zunehmende Schwingen der Rippen(flanken) und die Reflexionen an gegenüberstehenden Flächen bei hohen Frequenzen an der Gehäuseoberflä-



che große Schalldrücke entstehen, diese jedoch die abgestrahlte Schallleistung in einem ausreichenden Abstand nur unterproportional beeinflussen.

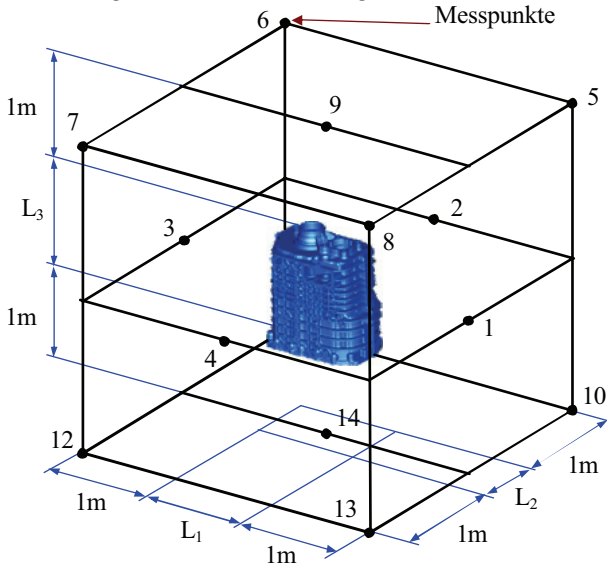


**Abb. 7-38: Differenz des Mittelwertes/Summenpegels der Schallintensitätspegel**  
Die Differenzen zwischen den (AAA)- und den (EAA)-Berechnungen und der Messung sind wieder die Summen aus den Abweichungen, die bei der Schallabstrahlungsberechnung entstanden, und denen der Oberflächengeschwindigkeiten bei der Response Analyse.

#### 7.6.4 Schalleistung nach DIN 45 635-23

Als „Abrundung“ der mehrstufigen Validierung der Schallberechnung soll abschließend ein Vergleich zwischen Messung und Rechnung nach Norm dokumentiert werden. Zum Vergleich der Geräuschemission von Maschinen untereinander bzw. mit vorgegebenen Emissionswerten oder der Durchführung von Geräuschminderungsmaßnahmen empfiehlt das Deutsche Institut für Normung mit der DIN 45 635 Luftschallemissionsmessungen nach dem Hüllflächen-Verfahren. Im Teil 23 sind die Spezifikationen für Getriebe angegeben. In der Norm werden die Genauigkeitsklassen KL1 bis KL3 unterschieden. Die KL1 ist hierbei durch die höchste Genauigkeit jedoch auch durch die höchsten Anforderungen gekennzeichnet, so dass diese aufgrund des hohen Aufwandes überwiegend nur in Laboren erreicht wird. Die Anordnung der Messpunkte für die Genauigkeitsklasse KL2 ergeben sich für die Referenzgetriebegehäuse entsprechend Abb. 7-39. Für KL3 ist eine Messung nur an den Messpunkten 1, 2, 3, 4, 9, 14 vorgeschrieben, jedoch ist diese Genauigkeitsklasse für den Vergleich mit vorgegebenen Werten

und als messtechnische Grundlage für Geräuschminderungsmaßnahmen weniger geeignet, so dass im folgenden KL2 für den Vergleich mit der Simulation herangezogen wird.



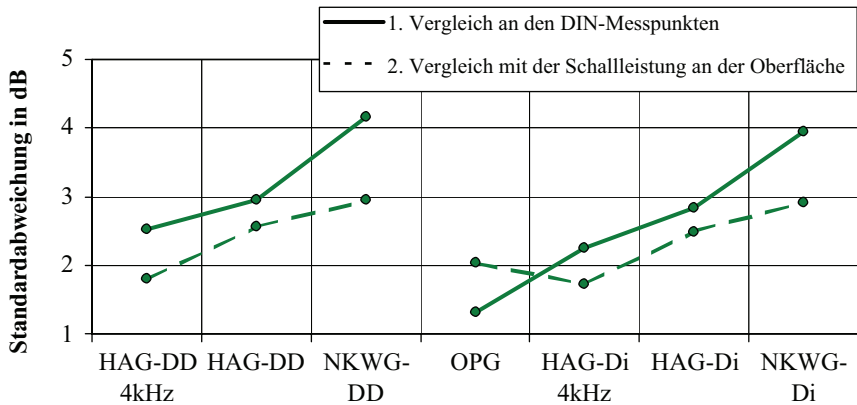
**Abb. 7-39: Messstellenanordnung nach DIN 45 635-23-KL2**

Auf den Schallleistungspegel  $L_W$  des Getriebes wird in DIN 45 635 durch die Addition des über alle Messpunkte gemittelten Schalldruckpegels  $\bar{L}_p$  und des Messflächenmaßes  $L_s$  geschlossen (Gl 7-10). Der Messflächeninhalt  $S$  ergibt sich aus der Summe aller Hüllflächen und der Referenzgröße für den Bezugsflächeninhalt  $S_0 = 1\text{m}^2$ .

$$L_W = \bar{L}_p + L_s = 10 \lg \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n 10^{0,1 L_{p,j}} \right) \text{dB} + 10 \lg \left( \frac{S}{S_0} \right) \text{dB} . \quad \text{Gl. 7-10}$$

Zum Vergleich mit der Messung stehen bei der Berechnung zwei prinzipielle Methoden der Schallleistungsermittlung zur Verfügung. Erstens kann der Schalldruckpegel an den DIN-Messpunkten berechnet und daraus mit Gl. 7-10 der Schallleistungspegel ermittelt werden. Methodische Einflüsse auf die Differenzen zwischen Simulation und Messung sind hier nicht vorhanden. Jedoch hat die geringe Anzahl an Vergleichspunkten zur Folge, dass eine Verschiebung der lokal sehr unterschiedlich stark ausgeprägten Schallverteilungen Einfluss auf den Mittelwert hat. Zweitens kann die Schallleistung durch numerische Integration der Schallintensitäten über die gesamte Gehäuseoberfläche berechnet werden. Auf diese Weise wird zwar die simulierte Schallleistung exakt ermittelt, jedoch führen die methodischen Unterschiede zum Hüllflächenverfahren zu zusätzlichen Differenzen zwischen Messung und Rechnung. Welche Methode zu bevorzugen

ist, hängt davon ab, wie gut sich das Schallfeld mit dem BE-Modell an den wenigen Messpunkten berechnen lässt.



**Abb. 7-40: Standardabweichungen bei den Schallleistungsberechnungen (EEA)**

Die Gegenüberstellung der Standardabweichungen der Schallleistungen bei den Referenzgehäusen (siehe Abb. 7-40) zeigt, dass nur bei der einfachen OPG-Geometrie die berechnete Schalldruckverteilung im Außenraum hinreichend genau ist. Hier überwiegen also die Vorteile der Methode 1 (durchgezogene Linie). Durch die komplexe Außenform des HAG-Gehäuses bzw. die Vernachlässigung der Rippen beim NKWG-Modell ist der Korrelationsgrad zwischen dem simulierten und dem gemessenen Schallfeld nicht mehr ausreichend hoch, so dass hier die zweite Methode um durchschnittlich 0,7 dB bessere Ergebnisse liefert (gestrichelte Linie).

Bei den mit Hilfe der DIN-Messpunkte ermittelten mittleren Schallleistungen (Methode 1) sind wieder deutlich zu niedrige Werte der Simulation gegenüber der Messung mit ähnlichen Tendenzen wie bei den Schallintensitäten feststellbar (siehe Abb. 7-41 im Vergleich zu Abb. 7-38). Aufgrund der Quadrierung des Schalldruckes bei der Leistungsberechnung sind hier jedoch die Differenzen zwischen den Modellen noch etwas größer. Die zweite Methode führt zu nochmals leicht niedrigeren Schallleistungen, abgesehen vom OPG-Gehäuse, das wieder ein gegenläufiges Verhalten aufweist. Insgesamt zeigt diese Untersuchung, dass ein Vergleich zwischen Rechnung und Messung scheinbar ungünstigere Ergebnisse liefert als bei der vorhergehenden Validierungsstufe. In Wirklichkeit sind diese größeren Unterschiede aber auch auf die „grobe“ Messmethode nach DIN 45 635 zurückzuführen.

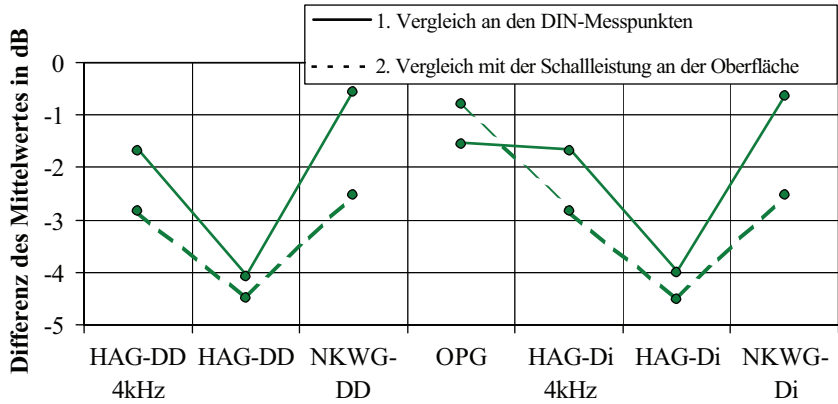
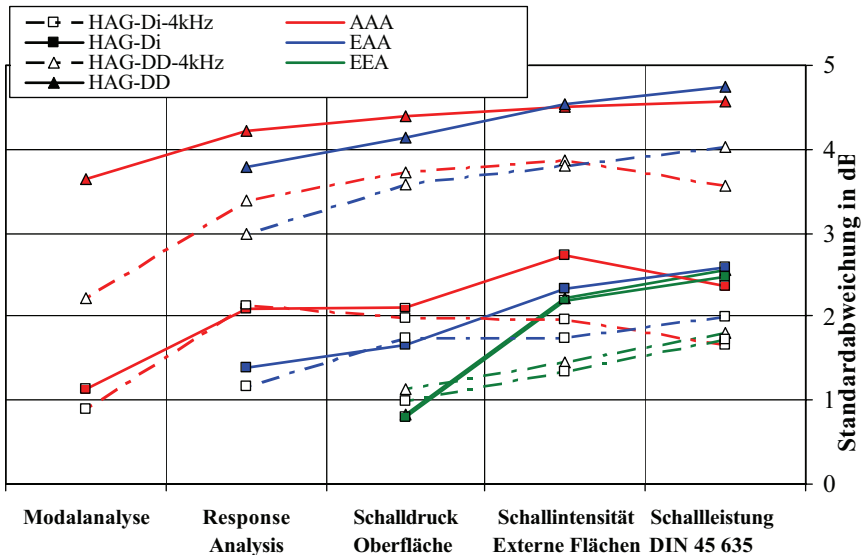


Abb. 7-41: Differenz des Mittelwertes bei der Schallleistungsberechnung (EEA)

## 7.7 Zusammenstellung der wesentlichen Ergebnisse aller Validierungsstufen

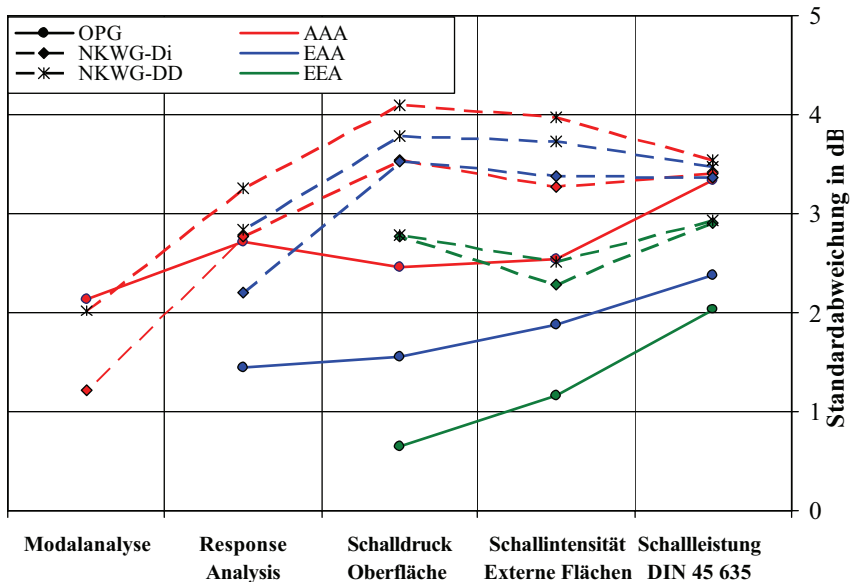
Durch die Gegenüberstellung der Ergebnisse der untersuchten Referenzgehäuse auf jeder einzelnen Validierungsebene konnten Erkenntnisse über die Auswirkungen von Geometrieunterschieden, von der Komplexität der Außenflächen der Gehäuse und von Modellanpassungen gewonnen werden. Weitere Zusammenhänge werden offensichtlich, wenn der Verlauf der Standardabweichung und des Mittelwertes über alle Validierungsschritte – Modalanalyse, Response Analysis, Schalldruck, Schallintensität und Schallleistung – aufgetragen wird.



**Abb. 7-42: Standardabweichungen aller HAG-Modelle**

Bei der Gegenüberstellung der Standardabweichungen der rein analytischen (AAA) HAG- (siehe Abb. 7-42) und der OPG- bzw. NKWG-Modelle (siehe Abb. 7-43) ist stets ein Anstieg der Werte von der Modalanalyse zur Response Analysis erkennbar. Die Erhöhung beträgt beim HAG-Gehäuse zwischen 0,6 und 1,2 dB. Im Frequenzbereich bis 4 kHz ist dabei eine verstärkte Zunahme zu verzeichnen. Die stärker verrippte NKWG-Struktur führt zu noch höheren und die unverrippte OPG-Struktur zu geringeren Anstiegen der Standardabweichungen im Vergleich zum HAG-Gehäuse. Die große Sensibilität der Frequency Response Analysis gegenüber der Lage des Anregungsortes zeigt hier ihre Wirkung. Denn bei den verstärkt lokal auftretenden Schwingungszentren der stär-

ker verrippten Gehäusen wird naturgemäß häufiger in schwach schwingenden Bereichen oder in der Nähe von Knotenlinien angeregt, so dass trotz hoher MAC-Werte große relative Amplitudenfehler am Anregungsort auftreten können, die linearen Einfluss (siehe Gl. 4.30) auf die gesamten Oberflächengeschwindigkeiten haben. Die Verwendung von experimentell ermittelten Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen für die Berechnung (EAA) bewirkt bei der Response Analysis eine Reduktion der Standardabweichung von ca. 0,5 dB bei stark verrippten Gehäusen und von bis zu 1,3 dB bei Gehäusen ohne Rippen.



**Abb. 7-43: Standardabweichungen der OPG und NKWG-Modelle**

Werden bei der Modellierung der BE-Strukturen Geometrieelemente wie z.B. Rippen und Befestigungsaugen berücksichtigt (OPG, HAG) kann ohne Model-Updating das Niveau der Response Analysis bei der Schalldruckberechnung an der Oberfläche gehalten werden, während die Vernachlässigung der Rippen des NKWG-Gehäuses die Unterschiede zwischen Simulation und Messung um ca. 0,8 dB erhöht. Die Verbesserung der Simulationsergebnisse durch das Model-Updating auf der ersten Stufe (EAA) ist auf dieser dritten Validierungsebene nur noch beim OPG-Modell annähernd vergleichbar mit der Verbesserung bei der Response-Analysis. Dieser Genauigkeitsgewinn reduziert sich mit steigender Komplexität und steigendem Abstraktionsgrad der BE-Modelle teilweise bis auf 0 dB.

Die Anpassung der mittleren berechneten Oberflächengeschwindigkeiten mit Hilfe der experimentellen Körperschallschnellen bei Übernahme der Amplitudenverteilung der (EA)-Berechnungen bewirkt eine fast vollständige Entkopplung der Schalldruckberechnung von den vorangegangenen Simulationsschritten. Unabhängig von der Qualität der Eigenformen und der Response Analysis sind die Standardabweichungen der digitalisierten und der Design-Derived-Modelle annähernd identisch. Der Einfluss der Schwingungsverteilung und damit auch Effekte wie z. B. akustische Kurzschlüsse [32] sind somit für die Gesamtschallentstehung kaum von Bedeutung, sondern nur bei der Analyse der Abstrahlrichtungen relevant.

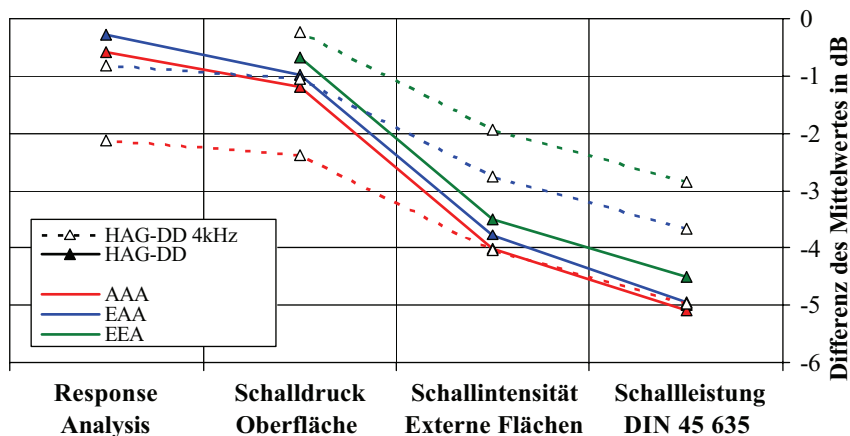
Die Erhöhung der Simulationsqualität durch die Digitalisierung der Gehäuse ist sehr unterschiedlich. Ohne Modellanpassung (AAA) entsteht durch die Fertigungsabweichungen des HAG-Sandgussgehäuses über den gesamten Frequenzbereich eine zusätzliche Abweichung von 2 dB (ca. 1,5 dB bis 4 kHz), während bei dem formgenaueren NKWG-Druckgussgehäuse nur 0,5 – 0,8 dB auf Geometriengenauigkeiten zurückgeführt werden können.

Der Vergleich der gemessenen und berechneten Schallintensitäten und Schallleistungen an Flächen und Punkten im Außenraum führt, abgesehen von den allgemein hohen Werten der NKWG-Modelle, zu einer weiteren Erhöhung der Standardabweichungen. Die Vorteile und damit auch die Analysemöglichkeiten durch die Modellanpassungen gehen auf diesen Validierungsstufen wieder weitgehend oder sogar ganz verloren. Sogar bei der für die BEM sehr vorteilhaften OPG-Geometrie verdoppelt sich der Fehler der BE-Rechnung (EEA) beim Vergleich der Intensitäten und verdreifacht sich bei den Schallleistungen.

Während die Analyse der Standardabweichungen Aufschluss darüber gibt, welche Simulationsgüte bei einzelnen (Resonanz-)Frequenzen erwartet werden kann und damit bei schmalbandiger Anregung bzw. beim konstanten Anregungsspektrum stationärer Anlagen relevant ist, geben bei breitbandiger Anregung oder bei über den betrachteten Frequenzbereich variablen Drehzahlen die gemittelten Werte Auskunft über die Möglichkeiten und Grenzen der Simulationsmethodik.

Für eine exemplarische Detailanalyse anhand der HAG-DD-Modelle sind in Abb. 7-44 die Differenzen der Mittelwerte zwischen Rechnung und Messung bei den einzelnen Validierungsstufen und in Abhängigkeit vom Grad der Modellanpassung dargestellt. Bei allen Simulationsschritten ist die Berechnung stets zu leise. Die Mittelwerte der angepassten Modelle liegen allerdings bei der Response Analysis und beim Schalldruck an der Oberfläche nur zwischen 0,25 und 1,05 dB zu niedrig, so dass die absolute Differenz zur Messung und die Streuung der Berechnungen untereinander sehr klein sind. Die niedrigeren Werte der rein analytischen Untersuchungen sind darin begründet, dass sowohl für den gesamten Frequenzbereich als auch nur bis 4 kHz das arithmetische Mittel der ersten 40 experimentell ermittelten modalen Dämpfungen für die (AAA)-

Berechnungen verwendet wurde und nicht frequenzspezifische mittlere Dämpfungswerte nach Gl. 7-5.



**Abb. 7-44: Differenzen der Mittelwerte aller HAG-Modelle**

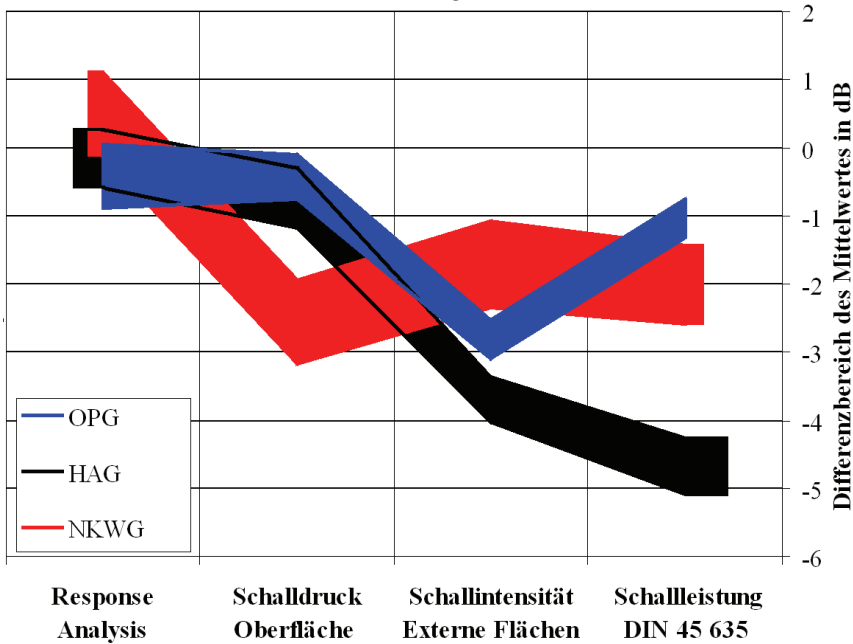
Bei den Schallberechnungen im Außenraum nehmen die Mittelwerte der Simulation im Vergleich zur Messung mit zunehmendem Abstand immer weiter ab, offensichtlich aufgrund der Schallaustritte durch die Gehäuseöffnungen. Das Band, in dem sich die Mittelwerte aller Berechnungen eines Simulationsschrittes befinden, hat dabei eine relativ konstante Breite, und die Differenzen der Mittelwerte sind zueinander fast konstant. Für den Vergleich aller Referenzmodelle bietet sich deshalb die Gegenüberstellung dieser Streubereiche an (siehe Abb. 7-45). Hier ist zu erwähnen, dass die Differenz des Mittelwertes zur Messung bei den (EEA)-Berechnungen nicht immer am kleinsten und bei den (AAA)-Berechnungen nicht immer am größten ist.

Bei der Response Analysis weisen die mittleren Geschwindigkeiten über die ersten 40 Resonanzfrequenzen für die drei Referenzgehäuse unabhängig von der Art der Modellanpassung und Geometriegenauigkeit nur sehr geringe Differenzen zur Messung auf. Mit einer Streubreite von  $-0,9$  bis  $+1,1$  dB aller Modelle ist eine quantitative Aussagekraft der Frequency Response Analysis auf sehr hohem Niveau nachgewiesen. Die Werte eines Gehäuses weichen dabei untereinander nur um maximal 1 dB voneinander ab, und die Mittelwerte nehmen bei den komplexeren Gehäusen (HAG und NKWG) leicht zu.

Die berechneten mittleren Schalldruckpegel an der Oberfläche liegen bei der OPG- und der HAG-Struktur wenige Zehntel dB unterhalb der Messung. Bei den OPG-Modellen ist die Streubreite hier sogar noch etwas geringer als bei der Response Analyse. Die Pegel der HAG-Gehäuse sind zwar aufgrund der Gehäuseöffnungen um 0,4 dB niedriger



als bei dem vorausgegangenen Berechnungsschritt, liegen aber trotzdem noch auf einem in der Literatur nicht dokumentierten Genauigkeitsniveau.



**Abb. 7-45: Streubereiche der Differenzen der Mittelwerte aller Modelle**

Die Schalldrücke des NKWG-Gehäuses befinden sich aufgrund der nicht mit in die Simulation einbezogenen Rippen deutlich unterhalb der Messung und weisen einen verbreiterten Streubereich auf. Im Außenraum sind hingegen die Differenzen der Mittelwerte zwischen Simulation und Messung nicht mehr so konstant und zudem schwierig zu analysieren. Denn obwohl die Schallintensitätssonde frequenzabhängig kalibriert wurde, ist selbst bei der für die BEM vorteilhaften Geometrie des OPG-Gehäuses die Schallintensität um fast 3 dB zu niedrig, was zumindest teilweise auf Schwächen der BEM bei der Nachlaufrechnung zur Simulation der Schallkennwerte im Außenraum hinweist. Dies wird auch durch die wieder höheren Schallleistungen bestätigt, die durch Integration der Schallintensitäten auf den Oberflächen berechnet werden, während beim direkten Vergleich der DIN-Messpunkte deutlich niedrigere Mittelwerte aus der Simulation resultieren. Die berechneten Werte des HAG-Gehäuses erfahren bei den letzten zwei Validierungsschritten im Vergleich zu der OPG-Struktur eine zusätzlich Absenkung durch die Schallaustritte an den großen Gehäuseöffnungen. Beim NKWG-Gehäuse sind hingegen die Auswirkungen der Vernachlässigung der Rippen beim BE-

Modell nur schwer zu interpretieren, und deshalb ist die gegenläufige Tendenz der Schallintensitäts- und der Schallleistungs-Mittelwerte im Vergleich zu den Werten des OPG-Gehäuses nicht erklärbar.

## 7.8 Schlussfolgerungen aus der Validierung

Die Kombination der Finite-Element- und der Boundary-Element-Methode ermöglichte die Validierung der Schallabstrahlungsberechnung von Getriebegehäusen mit Hilfe von Messergebnissen bei jedem Glied der Berechnungskette: Modalanalyse – Frequenzganganalyse – Schalldruck an der Oberfläche – Schallintensität an externen Flächen – Schallleistung nach DIN 45 635. Der Aufbau von geometrisch sehr genauen FE-Modellen durch Digitalisierung der Gehäuse und die gestaffelte Modellanpassung mit experimentell ermittelten Eigenfrequenzen/modalen Dämpfungen und Oberflächen-schnellen erlaubte zudem eine differenzierte Analyse von Geometrie- und Methodeneinflüssen auf die quantitative Aussagekraft der Berechnungen auf jeder Ebene. Die Auswertung der an drei Referenzgehäusen abgestufter Komplexität durchgeführten Berechnungen und Messungen führt dabei zu den folgenden Schlussfolgerungen über das Berechnungsverfahren, die bezüglich der bekannten Literatur den momentanen Stand der Technik erweitern:

- Durch die Erstellung digitalisierter FE-Modelle von hochgradig verrippten Gehäusen ohne Flächenrückführung konnte erstmals sowohl die experimentelle als auch die rechnerische Modalanalyse, bei einem mittleren MAC-Wert der ersten 40 Eigenformen von bis zu 98%, auf bisher unerreichtem Niveau validiert werden. Damit ist nachgewiesen, dass auch von komplexen Gehäusen sowohl mit der FEM als auch experimentell mit der Frequency Polyreference Residue Technique, selbst bei starker gegenseitiger Beeinflussung der Eigenformen, exakte modale Modelle gewonnen werden können. Ein Großteil der üblichen Abweichungen zwischen Rechnung und Messung bei der Verwendung konstruktionsbasierender FE-Modelle ist mithin auf Geometrieabweichungen gegenüber dem realen Gehäuse zurückzuführen.
- Mit der Boundary-Element-Methode können nur dann Vergleiche des Oberflächenschalldruckes an Gehäusen mit unterschiedlicher Außenform vorgenommen werden, wenn alle Rippen und Geometrieelemente gleicher Größenordnung bei der Modellierung des BE-Modells berücksichtigt werden. Das gilt ebenso für Vergleiche von Schallkennwerten mit vorgegebenen Emissionswerten. Die Auswirkungen von Konvergenzproblemen der BEM-Solver bei sehr komplexen Randschichtgeometrien auf den Korrelationsgrad zwischen Rechnung und Messung können durch den Vergleich der Schallintensitäten an der Oberfläche teilweise kompensiert werden. Denn die hier verstärkt auftretenden Phasendifferenzen zwischen Druck und Schnelle werden bei der Intensität nicht in vollem Umfang berücksichtigt.

- An dem Ovalen Prinzip-Getriebegehäuse und dem Hinterachsgehäuse ist durch Modell-Updating mit gemessenen Oberflächengeschwindigkeiten die Genauigkeit der BE-Rechnung im Vergleich zur Messung sehr gut quantifizierbar. Die für schmalbandige Anregungen relevante Standardabweichung des Schalldrucks an der Oberfläche beträgt hierbei nur 0,65 dB (OPG) bzw. 0,8 dB (HAG), und die für breitbandige Anregungen relevante Differenz der Mittelwerte liegt im Bereich von -0,1 dB bis -1,2 dB. Hierin sind die Auswirkungen der in der Simulation des HAG nicht berücksichtigten „Schallquellen“ in Form von Gehäuseöffnungen (die ähnlich wirken wie Anbauteile) schon enthalten. Die Validierung der BEM wurde damit erstmals mit dieser Genauigkeit erreicht, und damit ist auch die Anwendbarkeit des Verfahrens zur Bewertung und Optimierung von Gehäusestrukturen nachgewiesen.
- Das hohe Genauigkeitsniveau der berechneten Schalldrücke an den Oberflächen geht beim Vergleich der simulierten Schallintensitäten mit der Messung in 300 mm Abstand, bzw. bei der Schallleistungsbestimmung mit dem Hüllflächenverfahren nach DIN 45 356 sowohl bei der Standardabweichung, als auch bei der Mittelwertsabweichung weitgehend verloren. Ursachen hierfür liegen nicht nur in der Simulation sondern auch in der geringen Anzahl an Messpunkten beim Hüllflächenverfahren. Zudem bewirken Gehäuseöffnungen bzw. Anbauteile, die in der Simulation nur schwer zur berücksichtigen sind, nicht unerhebliche zusätzliche Differenzen beim Vergleich der Simulation mit der Messung im Außenraum.
- Der MAC-Wert hat kaum Einfluss auf die Streuung der mittleren Schalldrücke bei den einzelnen Resonanzfrequenzen, so dass eine Optimierung der Eigenformen keinen entscheidenden Vorteil für die Berechnung der Schallabstrahlung des gesamten Gehäuses bringt. Größeren Einfluss weisen hier die modalen Dämpfungen, die modalen Massen und die am Anregungsort eingeleiteten Leistungen/Energien auf.
- Wegen der hohen Geometriegenauigkeit von Druckgussgehäusen sind die Steigerungen der Simulationsgüte (Standardabweichung) durch die Digitalisierung und durch das Updating mit experimentell ermittelten modalen Dämpfungen äquivalent. Die Wahl des Optimierungsverfahrens ist deshalb aufgrund von zeitlichen und finanziellen Aspekten und der Art der Weiterverwendung des Modells, z.B. in einer Baugruppe, zu entscheiden. Bei dem sandgegossenen Hinterachsgetriebegehäuse, das verfahrensbedingt höhere Geometrieabweichungen aufweist, kann durch eine digitale Modellrückführung die Standardabweichung um ca. 2 dB reduziert werden. Durch die Anpassung der modalen Dämpfungen ist hingegen nur eine Reduktion von ca. 0,5 dB möglich. Die Forderung nach genaueren und reproduktiveren Gießverfahren zur besseren Vorhersage des akustischen Verhaltens ist in der Praxis nicht wirtschaftlich umsetzbar. Jedoch könnte eine „akustische Klassifizierung“ der Produkte entsprechend den verschiedenen Kundenanforderungen durchgeführt werden.

Die mittlere Schallabstrahlung über den gesamten Frequenzbereich ist dagegen bei allen Referenzgehäusen nur sehr schwach von dem Grad der Modellanpassung und der Geometriegenauigkeit abhängig. Sie ist in der Praxis allerdings auch nicht sehr relevant, denn die Beurteilung des akustischen Verhaltens der Gehäuse hängt sehr stark von den „prägenden“ Peaks bei den dominierenden Frequenzen (meist den Resonanzfrequenzen) ab.

- Mit Hilfe der Referenzgehäuse, der exakten Geometrierückführung und der gestaffelten Modellanpassung stehen nun Erfahrungswerte zur Verfügung, mit deren Hilfe die notwendige FE/BE-Modellqualität sowie die noch erforderlichen Messungen zur Erlangung der geforderten Güte der Berechnung abgeschätzt werden können.

Mit diesen Erkenntnissen aus der Validierung ist eine Effizienzsteigerung beim Aufbau eines Modells erreichbar, mit dem die Schallabstrahlung eines Gehäuses innerhalb der zulässigen Toleranzen berechnet werden kann. Eine wirtschaftliche Vorhersage des „Ist-Zustandes“ der Schallemission ist jedoch nur der erste notwendige Schritt auf dem Weg zur Entwicklung leiserer Getriebegehäuse. Der zweite folgende Prozess ist die akustische Optimierung der Gehäusegeometrie. Die Zusammenhänge zwischen Strukturveränderungen und deren Auswirkungen auf das akustische Verhalten sind jedoch so komplex, dass nur eine iterative Vorgehensweise zielführend ist. Die Re-Modellierung der CAD-Geometrie und der Aufbau der FE- und BE-Modelle ist trotz Parametrisierung, ständig verbesserter Algorithmen zur Vernetzung, immer leistungsfähigerer Schnittstellen und der in dieser Arbeit adaptierten Response Analysis immer noch sehr arbeitsintensiv. Zudem benötigt die gesamte Simulationskette zur Bestimmung des Luftschalls so viel Rechenzeit, dass bei komplexen Getrieben wie z.B. dem NKWG auch mit der hier optimierten Frequenzgangberechnung jeder Iterationsschritt immer noch eine bis zwei Wochen in Anspruch nehmen kann. Die Reduzierung der erforderlichen Anzahl an Iterationsschritten zur Findung einer akustisch hinreichenden Gehäusegeometrie ist deshalb für die Wirtschaftlichkeit des Verfahrens von hoher Bedeutung. Parameterstudien geben hier dem Entwicklungsingenieur die Möglichkeit, die Auswirkungen von Geometrieänderungen auf das akustische Verhalten abzuschätzen und die Simulationen auf die vielversprechendsten Varianten zu reduzieren. Dieser Iterationsprozess ist allerdings nur so lange sinnvoll, wie die Reduktion der Schallkennwerte zwischen zwei Iterationsschritten nicht geringer ist als die Genauigkeit des Verfahrens. Die Ergebnisse der in dieser Arbeit durchgeführten Optimierung und Validierung der Schallabstrahlungs-Berechnungskette zeigen jedoch, dass solche Iterationsprozesse bis zu einem hohen Niveau ihre Aussagekraft behalten und damit auch Parameterstudien zur Findung von Konstruktionsrichtlinien mit diesem Verfahren möglich sind.

## 8. Erarbeitung von Gestaltungsrichtlinien für Versteifungsrippen zur Geräuschreduktion

Ein vollständig automatisiertes Programm zur Bauteiloptimierung wird, aufgrund der immer noch interaktiven Vernetzung und der umfangreichen Berechnungsvorgänge, auch in naher Zukunft nicht zur Verfügung stehen. Deshalb bleibt die akustische Optimierung von Gehäusen ein intuitiver und iterativer Prozess. Um mit einer möglichst geringen Anzahl an Gehäusevarianten die Schallabstrahlung zu minimieren, ist eine Analyse des „Ist-Zustandes“ Voraussetzung. Sind die akustischen Schwachstellen lokalisiert und die zugehörigen Frequenzbereiche bekannt, können in einem nächsten Schritt die vielversprechendsten Geometriemodifikationen ausgewählt werden. Wenn keine einschlägigen Erfahrungen mit vergleichbaren Strukturen vorhanden sind, bieten allgemeingültige Parameterstudien die Möglichkeit, die Auswirkungen von Geometrieänderungen auf das akustische Verhalten abzuschätzen und damit die vielversprechendste Variante für die Simulation auszuwählen.

Parameterstudien stehen in der Literatur jedoch nur in begrenztem Umfang und mit begrenzter Aussagekraft und Allgemeingültigkeit zu Verfügung. Hierfür ist neben dem großen Arbeitsaufwand bei der Durchführung von Variantenrechnungen das Problem der „repräsentativen Anregung“ die Ursache. Denn bei der klassischen Frequency Response Analysis ist eine definierte Anregung an einem oder mehreren Knoten festzulegen. Bei allgemeingültigen Parameterstudien sind jedoch der Ort bzw. die Verteilung der Anregungskräfte nicht bekannt. Andererseits übt die Auswahl des Anregungsortes großen Einfluss auf die Schallabstrahlung aus. Regt die Kraft in der Nähe einer Knotenlinie einer Eigenschwingungsform an, so entsteht nur wenig Schall, während bei Anregung an einem Amplitudenmaximum hohe Schallkennwerte auftreten. Die Lage dieser Knotenlinien verändert sich zudem mit den Eigenformen und der Gehäusevariante. Auf diese Weise ist die Nachgiebigkeit am Anregungsort von stärkerer Bedeutung als die Schwingungsneigung des Gehäuses.

Um dieses Problem zu umgehen, wurden Parameterstudien durchgeführt, bei denen die Schwingungsneigung des Gehäuses bei der Anregung berücksichtigt wurde. Durch diese „repräsentative“ Anregung ist die Streuung der Schallabstrahlung durch die je nach Anregungsort stark unterschiedliche Eingangs-Admittanz (-Nachgiebigkeit) beseitigt, so dass genügend aussagekräftige Daten bei zahlreichen Resonanzfrequenzen auch für eine frequenzabhängige Auswertung zur Verfügung stehen.

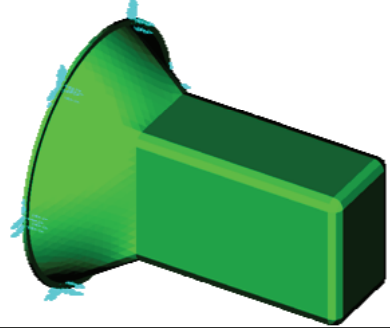
### 8.1 Modelle

Neben der Veränderung der Grundform von Gehäusen, die von Wender [81] untersucht wurde, ist die Applikation von Verrippungen eine effektive Methode, die Schallabstrah-

lung zu beeinflussen. Im Folgenden werden deshalb auf ein Basismodell Rippen in verschiedenen Anordnungen aufgebracht und zusätzlich deren Querschnittsform variiert.

### 8.1 a) Das Basismodell

Das Basismodell für die Parameterstudien ist an die Grundform des NKWG-Referenzgehäuses angelehnt und besitzt auch vergleichbare Verhältnisse der Abmessungen und Werkstoffeigenschaften (siehe Tabelle 8-1).



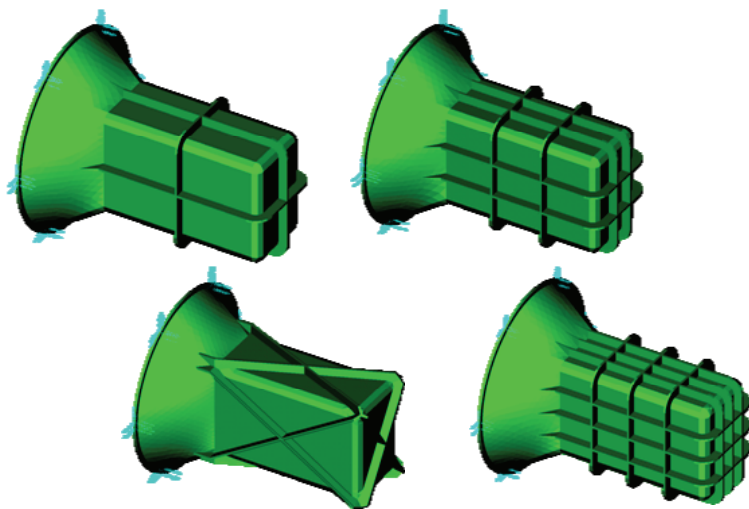
Länge / Breite / Höhe ohne Kupplungsglocke	350 / 150 / 225 mm
Wandstärke t / Rundungen	4 mm / 15 mm
Dichte / Masse (ohne Rippen) / E-Modul	2,752 kg/dm <sup>3</sup> / 5,138 kg / 70 kN/mm <sup>2</sup>
Modale Dämpfung	0,5 %
Randbedingungen	6 x 4 Clamps (blau dargestellt)

### Tabelle 8-1: Eckdaten des Basismodells

An das kastenförmige Gehäuse schließt sich eine Kupplungsglocke an, die in sechs Bereichen des Flansches in allen Freiheitsgraden fixiert ist (blaue Pfeile). Diese Fixierung soll die Anflanschung an den Motor simulieren. Zwischen dem Gehäuse und der Kupplungsglocke befindet sich eine Trennwand. Somit ist das Gehäuse im Vergleich zum NKWG-Gehäuse allseitig geschlossen. Beim „Einbau“ des Gehäuses in den Antriebsstrang hat der an der Trennwand entstehende Luftschall jedoch keinen direkten Einfluss auf das Luftschallfeld im Außenraum, so dass diese Fläche bei der Modellierung des BE-Modells nicht berücksichtigt wurde.

### 8.1 b) Verrippungsvarianten

Zur Untersuchung der Effektivität der Rippenanordnung, der Rippendichte und des Rippenquerschnitts wurden die in Tabelle 8-2 dargestellten Gehäusevarianten als parametrisierte CAD-Volumenmodelle aufgebaut und mit verschiedenen Rippenhöhen und Rippenbreiten vernetzt [34] [18].



Rippenart	Kreuz	Diagonal	Netz	Gitter
Rippenhöhen h	5, 10, 15, 20 mm			
Rippenbreiten b	5, 10, 15 mm	5 mm	5 mm	5 mm

**Tabelle 8-2: Verrippungsvarianten**

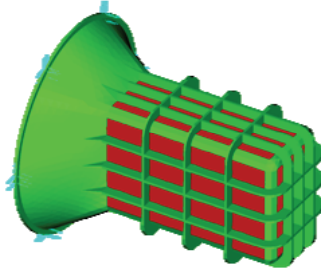
Um die Schwingungen sowohl von globalen, als auch von lokalen Eigenformen möglichst wirksam zu verringern, wurden nach der Empfehlung von Schösser [62] die Rippen derart angebracht, dass „eine steife Verbindung zwischen Strukturzonen maximaler und minimaler Deformationsamplitude erreicht wird“. Die Rippen erstrecken sich deshalb über die ganzen Gehäuseseiten, weil die Gehäuse-„kanten“ bei den meisten Schwingungsformen sehr steif sind und folglich kaum verformt werden.

Die Verrippung erstreckt sich jedoch nicht über die Kupplungsglocke, denn diese erfährt bei realen Getrieben kaum eine Anregung, so dass „alle dominanten Eigenschwingungsformen durch Schwingungen des hinteren Getriebegehäusebereichs geprägt sind“. „Demnach sollten Maßnahmen zur Verbesserung des Strukturübertragungsverhaltens am Getriebegehäuse ansetzen“ [70]. Zudem sind die gekrümmten Flächen der Kupplungsglocke akustisch vorteilhafter als die ebenen Flächen des Gehäuses.

### 8.1 c) Anregung und Berechnung

Um einen Einfluss des Anregungsortes auf die Schwingungsneigung des Gehäuses auszuschließen, s.o., wurde bei der Response Analysis mit einer gemittelten generalisierten Anregungskraft gerechnet (vgl. Gl 433). Der Betrag der generalisierten Anregungskraft  $\left| \{\phi_r\}_k \{\hat{F}\}_k \right|$  wurde hierfür über  $k = 698$  Punkte gemittelt, dabei wurde eine Normierung der Kraft mit  $\hat{F} = 1 \text{ N}$  durchgeführt. Um eine möglichst hohe Allgemeingültigkeit der

Parameterstudien zu gewährleisten, wurden die  $k$  Punkte gleichmäßig über alle sechs Grundflächen des Gehäuses verteilt (siehe rote Bereiche in Abb. 8-1).



**Abb. 8-1: Bereiche für die Mittelung der generalisierten Anregungskraft**

Durch die eigene Programmierung der Response Analysis konnten neben der Datenübertragung von der FE-Modalanalysesoftware und der gesamten Ansteuerung des BE-Solvers auch die Mittelung der generalisierten Anregungskraft in den Quellcode mit eingebunden werden. Die Automatisierung der gesamten Berechnungskette, von den Eigenformen bis zu den Schallkennwerten, ermöglichte die Schallleistungsberechnung bei allen Resonanzfrequenzen bis 4kHz – dies sind beim Basismodell 106 Frequenzen – fast ohne Benutzerinteraktion.

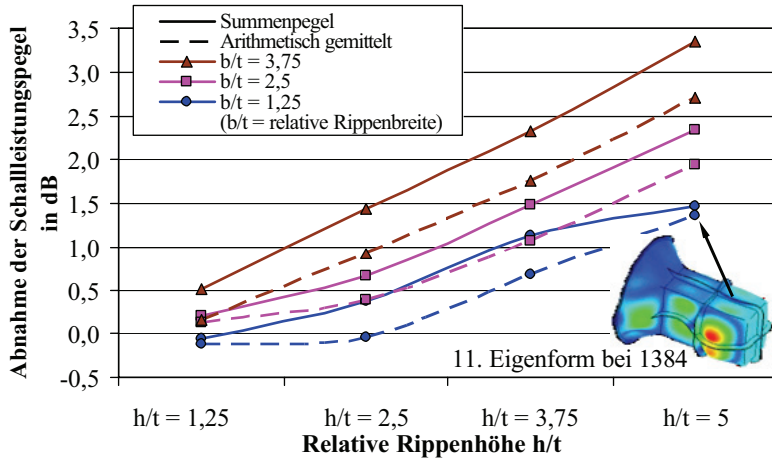
## 8.2 Reduktion der Schallleistung, betrachtet über den gesamten Frequenzbereich

Die Bewertung der Verrippungen erfolgt in diesem Kapitel über den gesamten Frequenzbereich von 0 bis 4 kHz. Es stehen hierfür zwei Methoden zur Ermittlung der Schallleistungs-Veränderung zur Verfügung: Einerseits können die Schallleistungen bei allen Resonanzfrequenzen addiert und daraus der Summenpegel berechnet werden. Beim Vergleich mit diesem Kennwert wird die Anzahl der Resonanzfrequenzen berücksichtigt, so dass dieses Verfahren bei breitbandiger Anregung anzuwenden ist. Andererseits wird durch eine arithmetische Mittelung der Pegel bei allen simulierten Frequenzen die Veränderung der einzelnen Schallleistungspegel beurteilt. Die Frequenzdichte hat hierbei keinen Einfluss auf das Ergebnis, wie sie auch bei schmalbandiger Anregung nicht von Relevanz ist.

Die Summenpegel bei der Kreuzverrippung weisen eine deutliche Abhängigkeit von dem Verhältnis der Rippenhöhe  $h$  und der Rippenbreite  $b$  zur Wandstärke  $t$  auf (siehe Abb. 8-2). In weiten Bereichen reduziert sich hier die Schallleistung um 0,8 bis 1,0 dB bei einem Sprung der Rippenhöhe um 5 mm. Parameter ist dabei die relative Rippenbreite. Signifikante Abweichungen hiervon treten bei Rippen bis einschließlich 50 mm<sup>2</sup> Querschnittsfläche auf. Hier ist die Wirkung der Verrippungen geringer, und in einem Fall kommt sogar eine Erhöhung der Schallleistung vor. Weiterhin ist die Summenpe-



gel-Abnahme bei 5 mm breiten und 20 mm hohen Rippen vergleichsweise niedrig. Hierfür sind außerordentlich hohe Schallleistungen bei den Frequenzen 1312 Hz und 1384 Hz verantwortlich, die aufgrund der Pegeladdition nur auf den Summenpegel merklichen Einfluss haben.

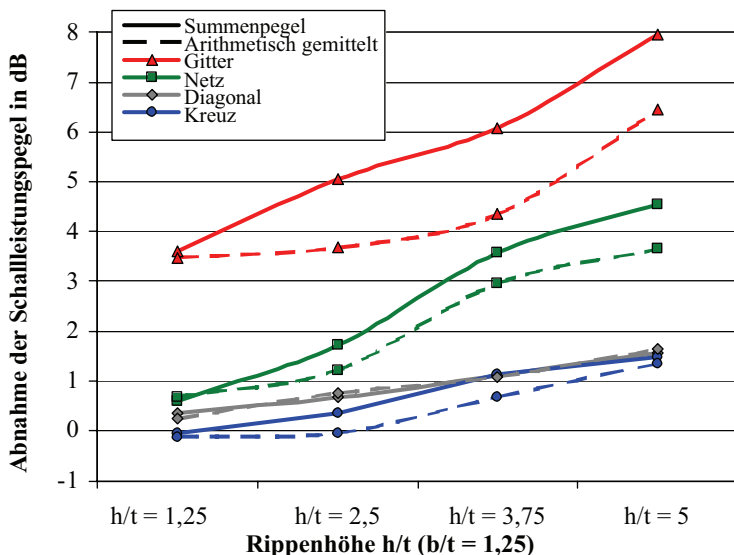


**Abb. 8-2: Abnahme der Schallleistungspegel bei der Kreuzverrippung**

Abgesehen von den o.g. Sonderfällen ist bei der arithmetischen Mittelung die Abnahme der Schallleistung ca. um 0,5 dB niedriger als beim Summenpegel. Diese Differenz der beiden Kennwerte kann aus der Abnahme der Frequenzdichte mit zunehmender Verrippung, und aus der überproportionalen Reduktion bei den lauten Resonanzfrequenzen resultieren. Eine Verbreiterung der Rippen um jeweils 5 mm (siehe Parameter  $b/t$  in Abb. 8-2) bewirkt eine zusätzliche Abnahme von jeweils 0,3 bis 1,0 dB.

Betrachtet man exemplarisch die Varianten  $h/t = 2,5$ ,  $b/t = 3,75$  und  $h/t = 3,75$ ,  $b/t = 2,5$ , so führen diese durch die Verrippung zum gleichen Massenzuwachs des Gehäuses von jeweils 1,0 kg. Der eigentlich größere Steifigkeitszuwachs durch die Rippenhöhe  $h/t = 3,75$  wirkt sich jedoch kaum auf die Schallleistung aus (vgl. Abb. 8-2). Während sich die Veränderung der Rippenform bei der Kreuzverrippung moderat und weitgehend linear auf die akustischen Kennwerte auswirkt, hat die Rippenart einen komplexeren Einfluss auf die Schallabstrahlung (siehe Abb. 8-3). So ist die Diagonalverrippung trotz der deutlich höheren Masse gegenüber der Kreuzverrippung nur bis 10 mm Rippenhöhe vorteilhafter. Die Verdoppelung der Rippendichte gegenüber der Kreuzverrippung bewirkt bei der Netzverrippung, dass auch bei niedrigen Rippen eine deutliche Abnahme auftritt, und bei hohen Rippen sind sogar bis zu 3 dB niedrigere Schallleistungspegel erreichbar. Eine weitere Erhöhung der Rippendichte hat bei der Rippenart „Gitter“ eine zusätzliche Reduktion von ca. 3 dB unabhängig von der Rippenhöhe zur Folge, so dass

schon bei  $h = 5 \text{ mm}$  die Schallleistungspegel-Abnahme  $3,5 \text{ dB}$  beträgt. Allerdings betrifft die schallreduzierende Wirkung der dichteren Verrippungen verstärkt nur den Summenpegel, während die einzelnen Pegel bei den Resonanzfrequenzen weniger stark beeinflusst werden.



**Abb. 8-3: Abnahme der Schallleistungspegel bei allen Rippentypen**

Vor allem im mobilen Bereich ist bei der Auswahl der besten Verrippungsvariante auch der damit verbundene Massenzuwachs zu berücksichtigen. In Abb. 8-4 ist deshalb als Maß für die Effektivität von Verrippungen die Schallleistungspegel-Reduktion bei den Kreuzverrippungen zur Masse der Rippen ins Verhältnis gesetzt.

So zeigt sich, dass für breite Rippen die Abnahme des Summenpegels bei Vergrößerung der Rippenhöhe nur wenig größer ist als der Massenzuwachs. Dünne Rippen ( $b/t = 1,25$ ) sind dagegen ab einer relativen Rippenhöhe von mindestens 3,75 deutlich effektiver. Dies gilt allerdings nur für den Summenpegel. Bei den Schallleistungen der einzelnen Resonanzfrequenzen sind die Verrippungen weit weniger effektiv (siehe arithmetische Mittelung). Das mit Abb. 8-4 vergleichbare Diagramm für die verschiedenen Verrippungsarten zeigt Abb. 8-5.

Bei  $h/t = 1,25 \text{ mm}$  liegen die beiden Schallkennwerte Summenpegel und arithmetisch gemittelter Pegel nahe beieinander. Dies bedeutet, dass hier die Einzelpegel in annähernd gleichem Maße reduziert werden wie der Summenpegel, während dies bei höheren Rippen nicht mehr der Fall ist.

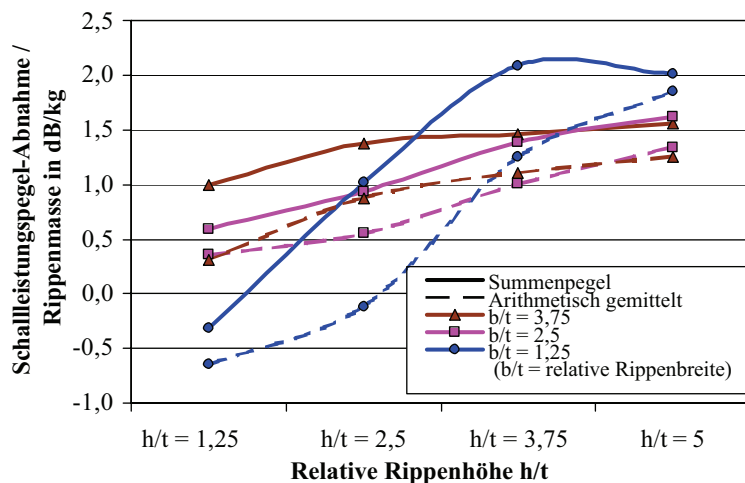


Abb. 8-4: Gewichtsspezifische Pegelabnahme bei der Kreuzverrippung

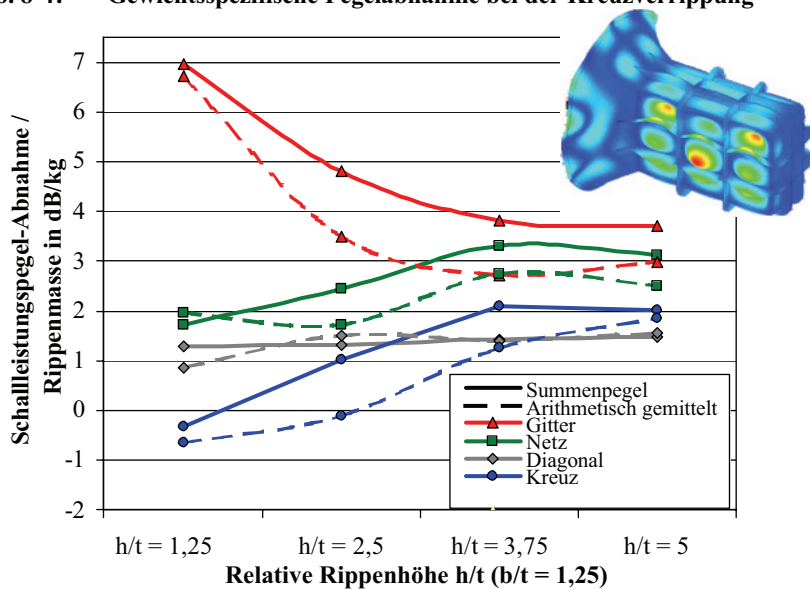


Abb. 8-5: Gewichtsspezifische Pegelabnahme bei allen Rippenarten

Die fast konstanten Kennwerte der Diagonalrippen bestätigen die These, dass kantenparallele Rippen aufgrund der höheren Formsteifigkeit eine effizientere Beeinflussung der Körperschallamplituden ermöglichen [62].

Bis zu der relativen Höhe von  $h/t = 3,75$  ist bei der Kreuz- und der Netzverrippung eine deutliche Effektivitätssteigerung erkennbar. Darüber hinaus tritt eine Stagnation ein, deren Ursache in der Schallabstrahlung der hohen Rippenflanken zu vermuten ist. Im betrachteten Frequenzbereich weisen die Rippen zwar noch keine lokalen Eigenformen auf, jedoch bilden sich die Knotenlinien oft an den Rippen aus. Somit befindet sich dort auch der maximale „Verformungsgradient“. Dies lässt die Rippen mitschwingen, wie es exemplarisch bei dem Mode in Abb. 8-5 dargestellt ist.

Die Gitterverrippung weist im Vergleich zu den anderen kantenparallelen Typen eine entgegengesetzte Tendenz auf. Ab einer bestimmten Rippendichte ist die Effektivität bei niedrigen Rippen am höchsten und fällt dann auf ein Niveau ab, das nur leicht über dem weitmaschigeren Rippenanordnungen liegt.

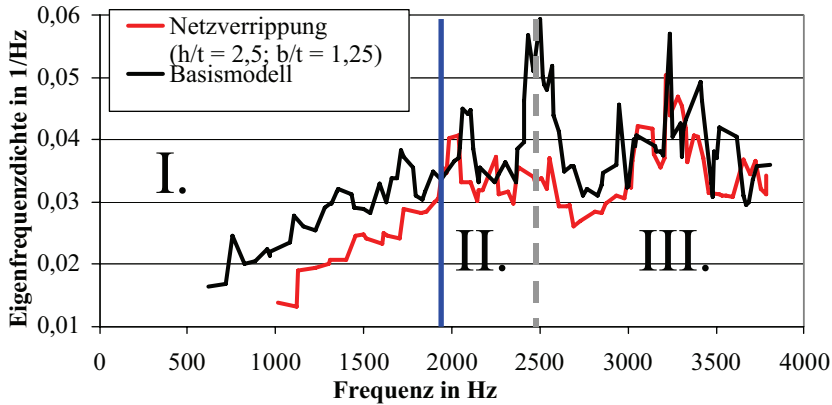
### 8.3 Frequenzspezifische Effektivität von Verrippungen

Die Prinzipgehäuse mit den einzelnen Verrippungsvarianten besitzen nur wenige Eigenformen, die definitiv einander zugeordnet werden können. Damit ist ein Vergleich der Schallleistungen über der Frequenz aufgrund der großen Differenzen bei benachbarten Resonanzfrequenzen nicht für eine Auswertung geeignet (siehe Abb. 8-7).

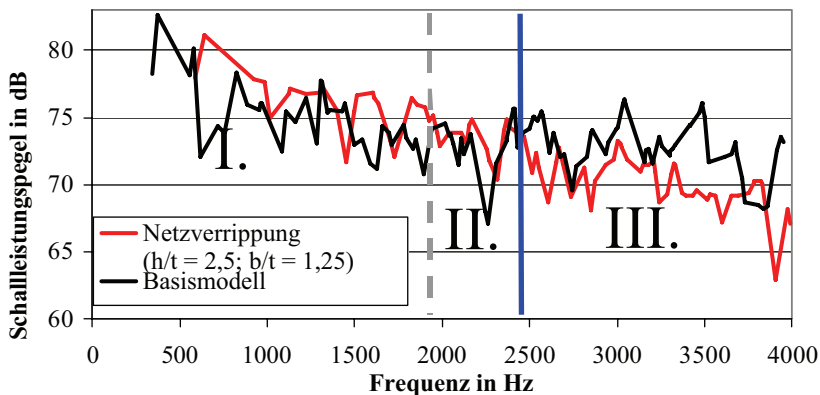
Frequenzspezifische Informationen über die Effektivität von Verrippungen können deshalb nur durch eine Aufteilung des gesamten Frequenzbereiches in mehrere Teilbereiche mit vergleichbaren Charakteristika gewonnen werden, über die sich bereichsspezifische Kennwerte ermitteln lassen.

Werden die Eigenfrequenzdichte, d.h. die Anzahl der Eigenfrequenzen pro Hz, und der Schallleistungspegel des Basismodells den entsprechenden Werten der Gehäuse mit den Verrippungsvarianten gegenübergestellt, lassen sich für die einzelnen Modelle jeweils drei Frequenzbereiche bestimmen, in denen diese charakteristische Unterschiede zum Basismodell aufweisen. In Abb. 8-6 und Abb. 8-7 ist dies exemplarisch für eine Netzverrippung dokumentiert. Im unteren Frequenzbereich ist deutlich zu erkennen, dass die Schallleistungen bei den einzelnen Resonanzfrequenzen durch die aufgebrachten Rippen nicht reduziert werden. Die Eigenfrequenzdichte ist hingegen bis zu einer Frequenz, die von der jeweiligen Verrippung abhängig ist, sichtbar reduziert. Die Frequenz, ab der kein signifikanter Unterschied in der Frequenzdichte mehr erkennbar ist, stellt das Ende des Bereichs I dar. Eine Reduktion des Summenpegels ist somit in diesem Bereich aufgrund der verringerten Eigenfrequenzdichte zu erwarten und nicht aufgrund geringerer Einzelpegel. Oberhalb dieser Grenzfrequenz ist über einen bestimmten Frequenzbereich weder bei der Eigenfrequenzdichte noch bei der Schallleistung ein deutlicher Unterschied der Varianten gegenüber dem Basismodell erkennbar. Diese Charakteristik, die

den Bereich II definiert, bleibt über mehrere hundert Hertz erhalten, bevor die Schallleistung der Modelle mit Rippen beginnt, merklich unterhalb der des Basismodells zu verlaufen. Dieser Abfall der Pegel markiert das Ende des Bereiches II und den Beginn des Bereiches III, der sich bis an die Grenze des untersuchten Frequenzspektrums von 4 kHz erstreckt.



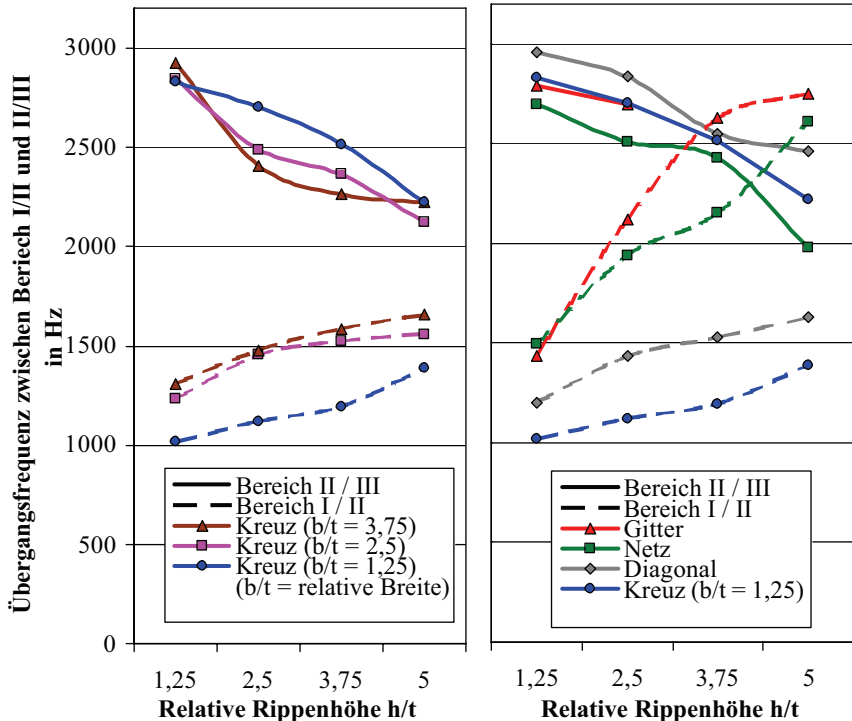
**Abb. 8-6: Bestimmung des I. Auswertebereiches mit Hilfe der Eigenfrequenzdichte**



**Abb. 8-7: Bestimmung des III. Auswertebereiches durch Vergleich der Schallleistungen**

Für jede Verrippungsvariante sind in Abb. 8-8 die Übergangsfrequenzen dargestellt, die sich nach den festgelegten Kriterien für die einzelnen Bereiche ergeben. Diese Frequen-

zen können aufgrund der begrenzten Anzahl an Eigenfrequenzen und der stark variierenden zugehörigen Schallleistungspegel naturgemäß nur näherungsweise bestimmt werden. Die festgelegten Frequenzen stellen folglich nur Anhaltswerte dar. Die Genauigkeit dieser Übergangsfrequenzen ist jedoch von untergeordneter Bedeutung. Anhand ihrer tendenziellen Verläufe dagegen können wichtige Rückschlüsse auf die Auswirkungen von Rippen gezogen werden.



**Abb. 8-8: Grenzfrequenzen der Auswertebereiche I - III**

Mit wachsender Rippenhöhe und -breite erhöhen sich bei der Kreuzverrippung (Abb. 8-8 links) die Übergangsfrequenzen zwischen den Bereichen I/II, und es sinken diejenigen zwischen den Bereichen II/III. Folglich wird die mittlere Zone, in der weder eine Pegelabnahme noch eine Abnahme der Frequenzdichte zu erwarten ist, verkleinert und der äußere Bereich, in dem eine Reduktion der Schallleistung erwartet wird, erweitert. Dichtere Verrippungen haben ähnliche Auswirkungen auf die Übergangsfrequenz II/III wie breite Rippen (Abb. 8-8 rechts). Bei der Übergangsfrequenz I/II bewirkt die

dichtere Verrippung im Vergleich zu den breiten Rippen, bei vergleichbarer Masse, einen stärkeren Anstieg.

Die Netzverrippung mit  $h/t = 5$  erweitert die Bereiche I und III so weit, dass sie sich überlappen und folglich der Bereich II nicht mehr existiert. Bei dieser Variante ist somit eine deutliche Verringerung der Schallleistung über den gesamten Frequenzbereich zu erwarten. Die Gitterverrippung mit  $h/t \geq 3,75$  mm ist darüber hinaus so effektiv, dass nicht nur der Bereich I weiter vergrößert sondern auch die Pegel bei den einzelnen Resonanzfrequenzen über den ganzen untersuchten Frequenzbereich reduziert werden. Der Bereich II ist damit auch hier nicht existent, und der Bereich III beginnt bei 0 Hz. Um trotzdem frequenzabhängige Kennwerte für diese Verrippungen zu erhalten, wurde nur der Frequenzbereich oberhalb des Bereiches I als „Bereich III“ definiert.

Für die gefundenen Frequenzbereiche der Kreuzverrippungen sind in Abb. 8-9 (oben) die Änderungen der Eigenfrequenzdichte (EF-Dichte) in Abhängigkeit von der Rippenhöhe und der Rippenbreite aufgetragen. In allen Bereichen verringert sich die Eigenfrequenzdichte mit zunehmender Rippenhöhe. Die erwartete deutliche Abnahme im Bereich I und die relativ kleine Veränderung der EF-Dichte im Bereich III sind hingegen unabhängig von der Rippenbreite, im Gegensatz zur EF-Dichte des Bereichs II.

Die starke Abnahme der Eigenfrequenzdichte im Bereich I hat zur Folge, dass trotz Zunahme der Schallleistungspegel bei den einzelnen Resonanzfrequenzen (arithmetische Mittelung) der Summenpegel mit zunehmender Rippenbreite und -höhe deutlich verringert wird. Eine leichte Reduktion der Einzelpegel erfordert in diesem Bereich eine Rippenquerschnittsfläche ( $h/t \cdot b/t$ ) von mindestens 12,5.

Im Bereich II weisen fast alle Rippenformen bei beiden Kennwerten erhöhte Schallpegel auf (die Schallpegelabnahme ist negativ). Trotz einer niedrigeren Eigenfrequenzdichte bei den breiteren Rippen steigen die Summenpegel in gleichem Maße an wie die Einzelpegel. Folglich nehmen die Pegel bei den emissionsstarken Frequenzen am meisten zu. Gehäusevarianten, deren Einzelpegel im Bereich I noch reduziert waren, zeigen hier sogar ein gegenläufiges Verhalten.

Aufgrund der festgelegten Definition des Bereichs III verringern sich hier die Einzelpegel deutlich. Die zusätzliche Abnahme der Summenpegel gegenüber den Einzelpegeln ist proportional zur Abnahme der Eigenfrequenzdichte und deshalb auf diese zurückzuführen. Bezieht man die Kennwerte des dritten Bereichs auf das Rippengewicht, so ist eine weitgehende Unabhängigkeit der Rippeneffektivität von der Rippenhöhe erkennbar. Die Effektivität liegt hier bei einer relativen Rippenbreite von  $b/t = 1,25$  zwischen 3 und 4,5 dB/kg (Bestwert bei  $h/t = 3,75$ ) und bei den breiteren Rippen zwischen 2 und 3 dB/kg.

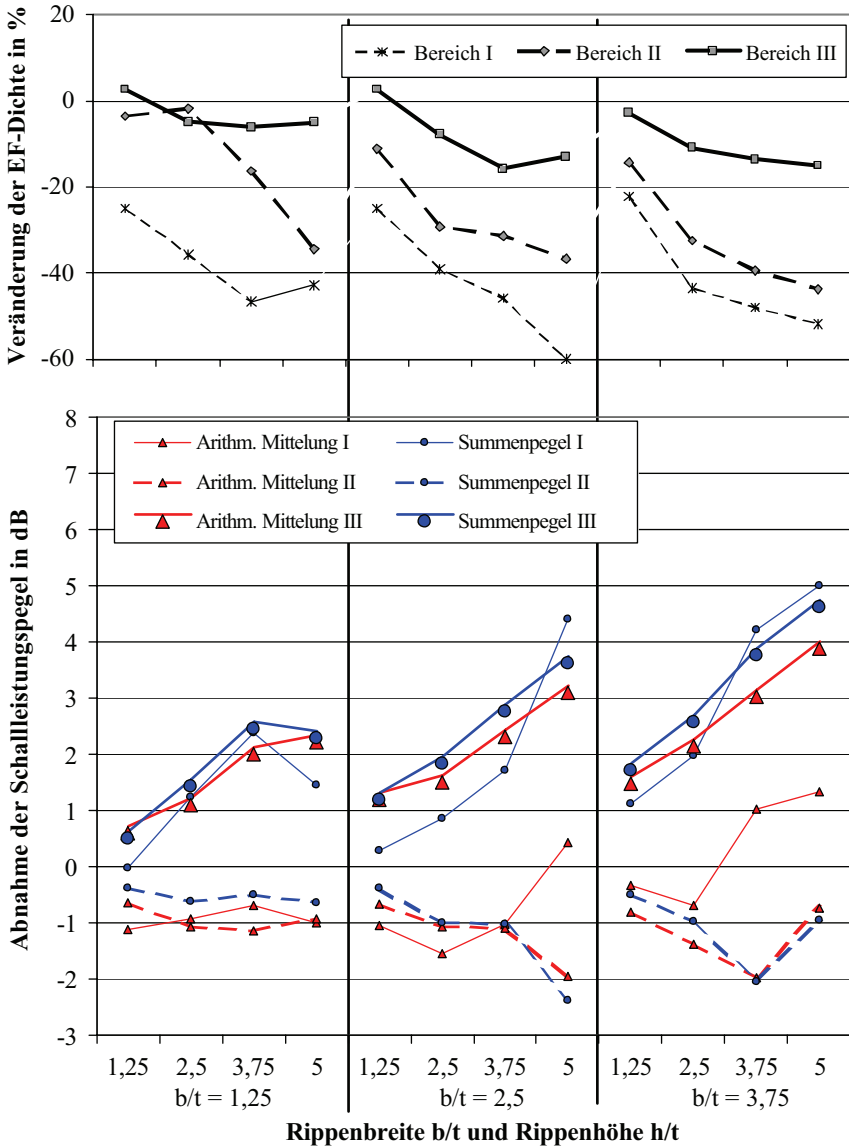
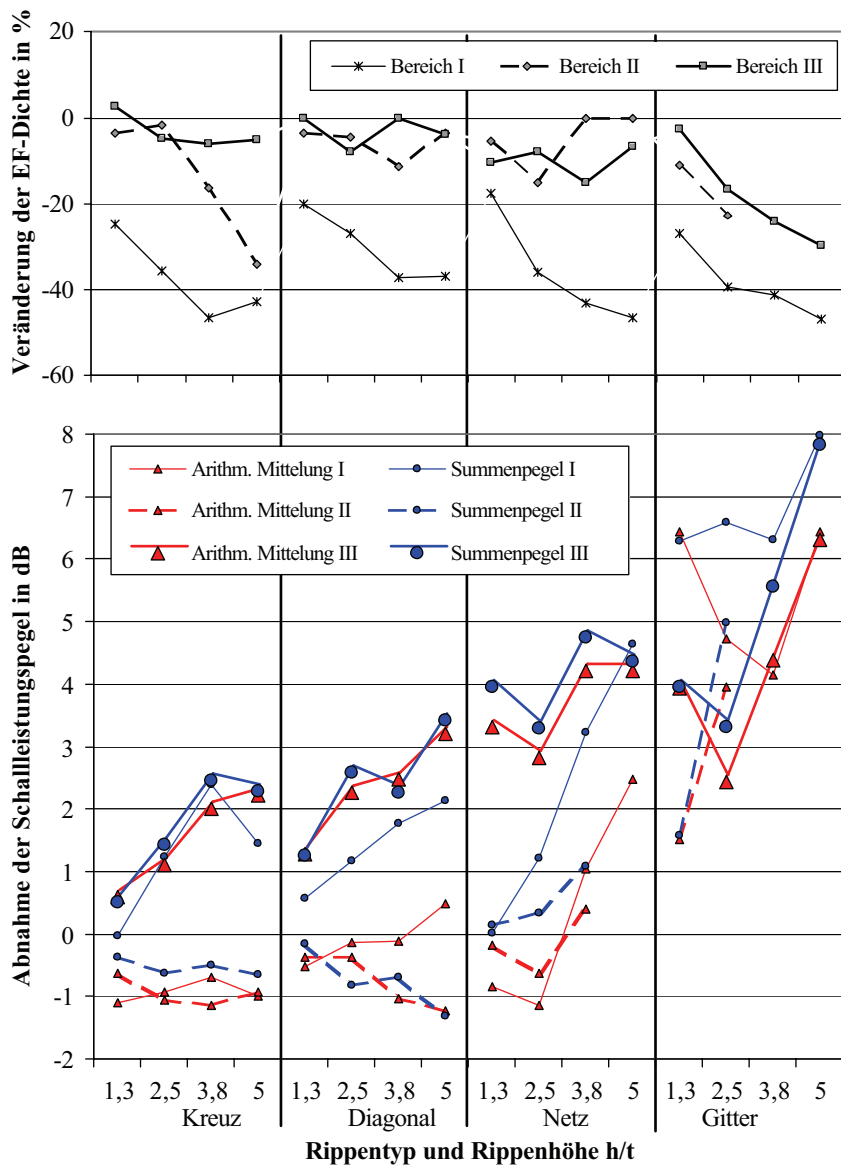


Abb. 8-9: Frequenzdichte-Differenz und Schallleistungspegel-Abnahme der Kreuzverrippung in den drei Auswertebereichen





**Abb. 8-10: Frequenzdichte-Differenz und Schalleistungspegel-Abnahme aller Rippentypen in den drei Auswertebereichen**

Während die Veränderung der Breite bei der Kreuzverrippung weitgehend proportionalen Einfluss auf die Schallkennwerte hat, wird durch die Erhöhung der Rippendichte, die mit den untersuchten Verrippungsarten realisiert wurde, das Schallabstrahlverhalten in weitaus komplexerem Maße beeinflusst (Abb. 8-10).

Die Veränderung der EF-Dichte im Bereich I ist die einzige Größe, die nur von der Rippenhöhe bestimmt wird und weder vom Rippentyp noch von der Rippenbreite abhängig ist (vgl. auch Abb. 8-9). Dagegen ist im Bereich III nur bei den Gitterverrippungen eine deutliche Abnahme der EF-Dichte mit der Rippenhöhe erreichbar. Dies bewirkt eine sprunghafte Abnahme des Summenpegels in diesem Bereich, während bei den anderen Rippenarten die Schallleistungen nur allmählich verringert werden. Auffallend ist hier, dass sowohl bei der Netz- als auch bei der Gitterverrippung bei  $h/t = 1,25$  eine hohe Abnahme erfolgt, die trotz vergleichbarer Massenzunahme bei den breiten Kreuzrippen nicht erkennbar ist.

Die EF-Dichte und die Leistungspegel sind durch die teilweise sehr schmalen bzw. nicht mehr existenten Frequenzbereiche II nur begrenzt aussagefähig (Netz- und Gitterverrippung). Allerdings ist bei der Gitterverrippung stark, bei der Netzverrippung teilweise, im Vergleich zur Kreuzverrippung (Abb. 8-9) eine Abnahme beider Kennwerte zu verzeichnen.

Im Bereich I sind bei gleicher Massenzunahme wie durch größere Rippenbreiten bei der Kreuzverrippung ähnliche Tendenzen verstärkt erkennbar. Für eine Reduktion der Einzelpegel ist mindestens eine Netzverrippung mit  $h/t = 3,75$  notwendig. Eine besonders effektive Abnahme, bezogen auf die Masseerhöhung, ergibt sich für die Gitterverrippung mit  $h/t = 1,25$ . Hier werden sowohl der Summenpegel als auch die Einzelpegel um über 6 dB herabgesetzt. Weil im Bereich I die größten Schallleistungspegel auftreten (vgl. Abb. 8-7), sind diese Kennwerte auch bestimmend für die Gesamt-Abnahme der Schallkenngrößen über den vollen Frequenzbereich von 0 bis 4 kHz.

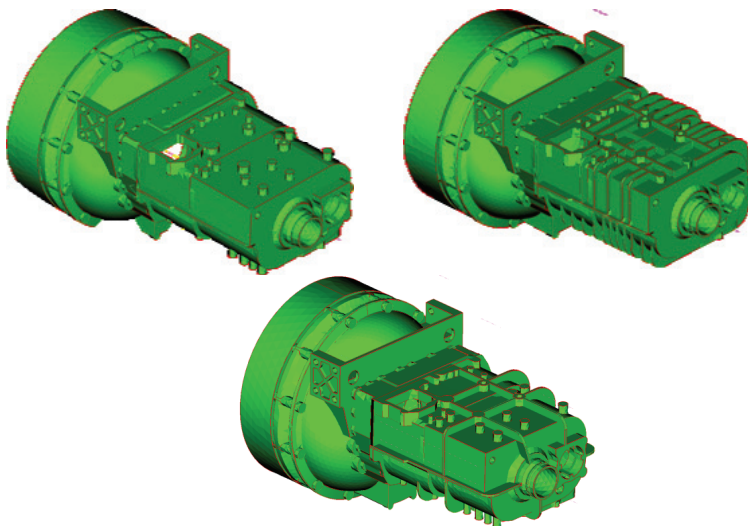
## **8.4 Übertragbarkeit der Studie auf reale Gehäusestrukturen**

Um die Übertragbarkeit der Ergebnisse der Parameterstudien auf reale Gehäuseformen zu prüfen, wurden zwei verschiedene Verrippungsvarianten auf das NKWG-Gehäuse (Kenndaten siehe Tabelle 7-1) aufgebracht [41].

Auf dem NKWG-Basismodell, das als Referenz dient, wurde die Originalverrippung nachgebaut. Mit ca. 14 Rippen pro Meter besitzt diese die gleiche Rippendichte wie das Prinzipgehäuse mit Gitterverrippung. Zudem wurde das Modell NKWG-Kreuz mit der gleichen Rippendichte von ca. 4,6 1/m wie das Prinzipgehäuse mit Kreuzverrippung modelliert (siehe Tabelle 8-3). Für möglichst reale Randbedingungen wurde die Kuppelungsglocke bei der Simulation der Oberflächengeschwindigkeiten mit berücksichtigt. Diese wurde wiederum an einer massiven Aluminiumscheibe befestigt simuliert, um die Steifigkeit und die Masse des Motors in etwa nachzubilden. Für die akustische Bewer-

tung der Rippenvarianten wurde jedoch nur die Schallleistung, die am Gehäuse selbst entstand, berücksichtigt, denn nur hier wurden auch die Rippen appliziert.

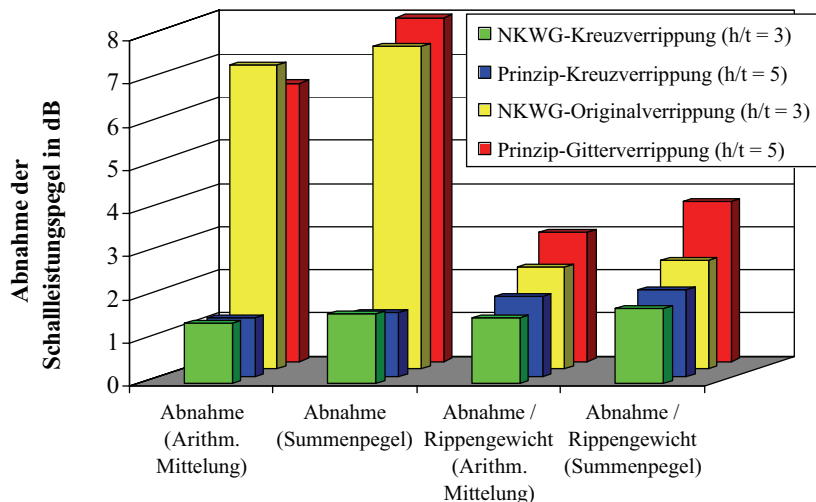
Der Vergleich der Ergebnisse des NKWG-Gehäuses mit denen des Prinzip-Gehäuses zeigt, dass trotz der viel komplexeren Geometrie und der höheren Grundabmessungen des NKWG-Modells die Erkenntnisse aus den Parameterstudien auf reale Gehäuse übertragbar sind (siehe Abb. 8-11).



Verrippungsart	Keine (Basismodell)	NKWG-Kreuz	NKWG-Original
Rippenhöhe	-	15 mm	15 mm
Rippenbreite	-	5 mm	5 mm

**Tabelle 8-3: Rippenvarianten beim NKWG-Gehäuse**

Sowohl die Abnahme der arithmetisch gemittelten Einzelpegel als auch die der Summenpegel stimmen sehr gut überein. Die gewichtsspezifische Pegelabnahme dokumentiert eine etwas höhere Effektivität bei den Prinzipgehäusen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei der Applikation der Rippen auf das NKWG-Gehäuse nicht immer eine optimale Rippenführung aufgrund von Gehäuseöffnungen und Befestigungsäugen realisiert werden konnte. Dagegen konnte beim NKWG-Gehäuse schon mit geringeren relativen Rippenhöhen ( $h/t = 3$ ) die gleiche Schallreduktion wie beim Prinzip-Gehäusen ( $h/t = 5$ ) erreicht werden.



**Abb. 8-11: Vergleich der Schallleistungen des NKWG-Gehäuses mit denen des Prinzipgehäuses**

## 8.5 Gestaltungsrichtlinien

Die Parameterstudien einer Vielzahl unterschiedlicher Rippenanordnungen und Rippenabmessungen an einem kastenförmigen Prinzip-Getriebegehäuse ermöglichte durch die Berücksichtigung der Schwingungsneigung jeder einzelnen Eigenform eine sehr differenzierte Auswertung. Sowohl über den gesamten Frequenzbereich bis 4 kHz als auch frequenzspezifisch lassen sich daraus die folgenden Gestaltungsrichtlinien für die akustische Optimierung der Verrippung kastenförmiger Gehäusestrukturen ableiten<sup>1</sup>:

- Mit wenigen Rippen ist eine effektive Schallreduktion erreichbar, wenn diese möglichst schmal sind ( $b/t = 1,25$ ) und eine relative Höhe von  $h/t = 3,75 \dots 5,0$  aufweisen. Bei einer mittleren Rippendichte von ca. 4,6 Rippen pro Meter (Kreuzverrippung) ist eine Verringerung der Schallleistungspegel um ca. 2 dB pro Kilogramm Rippenmasse zu erwarten.
- Soll der Massenzuwachs auf ein Minimum beschränkt werden, ist die Abnahme der Schallleistungspegel mit 7 dB/kg maximal bei einer Rippendichte von ca. 14 1/m (Gitterverrippung) und einer Rippenhöhe bzw. -breite von 125% der Wandstärke.

<sup>1</sup> Anmerkung: Der Bezug auf die Masse gilt naturgemäß für Gehäuse aus Aluminiumguss. Bei Verwendung anderer Werkstoffe müssen die Kennwerte im Verhältnis der Dichten umgerechnet werden.

- Um eine sehr große Reduktion der absoluten Schallleistung von bis zu 6-8 dB zu erzielen, ist eine Rippendichte von 14 1/m (Gitterverrippung) und eine relative Rippenhöhe von  $h/t = 3,75 \dots 5$  erforderlich. Die relative Pegelabnahme beträgt dann ca. 4 dB/kg.

Wird die Auswertung der Parameterstudien frequenzspezifisch durchgeführt, lassen sich für drei charakteristische Frequenzbereiche Gestaltungsrichtlinien aufstellen. Mit zunehmender Verrippung erhöhen sich hierbei die Übergangsfrequenzen zwischen den Bereichen I/II, und es sinken diejenigen zwischen den Bereichen II/III, so dass bei starker Verrippung der Bereich II nicht mehr existent ist und der Bereich I direkt in den Bereich III übergeht.

- Im unteren Frequenzbereich (Bereich I) kann die Eigenfrequenzdichte nur durch die Veränderung der Rippenhöhe beeinflusst werden. Die EF-Dichte wird hier um 20 % bei  $h/t = 1,25$  und um bis zu 50 % bei  $h/t = 5$  herabgesetzt. Daraus resultiert bei moderater Verrippung die gesamte, bei starker Verrippung ein großer Anteil der Abnahme des Summenpegels.
- Eine Reduktion der Schallemission im mittleren Frequenzbereich (II) ist nur mit einer Rippendichte ab 14 Rippen pro Meter erreichbar. Anderenfalls ist eine leichte Erhöhung der Schalleistungen von 0 - 2 dB zu erwarten.
- Bei der Verwendung von schmalen Rippen ( $b/t = 1,25$ ) sind im oberen Frequenzbereich (III) die Pegelabnahmen weitgehend proportional zur Rippenmasse. Unabhängig von der Rippenhöhe und -dichte wird die Schallleistung um durchschnittlich 3 dB bis 4,5 dB (Bestwert bei  $h/t = 3,75$ ) pro Kilogramm zusätzlicher Masse durch die Rippen herabgesetzt.
- Die Erhöhung der Komplexität des Gehäuses gegenüber der hier untersuchten Kastenform durch Absätze, Rundungen und Kanten kann eine zusätzliche Pegelreduktion um 1 - 1,5 dB im gesamten Frequenzbereich bis 4 kHz bewirken.

In Verbindung mit den validierten Berechnungsmethoden können mit Hilfe dieser Gestaltungsrichtlinien nun zielgerichtet Optimierungszyklen zur Findung der besten Gehäusegestalt durchgeführt bzw. verkürzt werden. Je nach Anforderungen können hierbei verschiedene Kriterien, wie z.B. die Verringerung der Frequenzdichte, die Minimierung des Massenzuwachses oder die Maximierung der absoluten Pegelabnahme für drei charakteristische Frequenzbereiche berücksichtigt werden.

## 9. Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit leistet einen Beitrag zur wirtschaftlichen Entwicklung von schallemissionsärmeren Getriebegehäusen. Die Hauptziele liegen hierbei in der Reduzierung des Bedarfs an experimentellen Untersuchungen durch eine Steigerung der quantitativen Aussagekraft von Schallabstrahlungsberechnungen und in der Verringerung der zeitintensiven Iterationszyklen bei der Optimierung der Gehäusestruktur.

Für die Berechnung des Körper- sowie des Luftschalls kommt ein kombiniertes Verfahren, bestehend aus der Finite-Element- und der Boundary-Element-Methode zur Anwendung. Durch die Gliederung der Berechnungskette in die Modalanalyse, die Frequenzganganalyse und die Akustikanalyse ist eine Validierung und Optimierung mit Hilfe von Messergebnissen auf jeder Stufe möglich. Um repräsentative Aussagen über die Effektivität der Berechnungsmethoden treffen zu können, werden umfangreiche Untersuchungen durchgeführt. Damit steht eine ausreichende Menge an Vergleichswerten für eine statistische Auswertung zur Verfügung. Um dabei den Zeitaufwand für das sich auf drei verschiedene Solver, Pre- und Postprozessoren erstreckenden Berechnungsverfahren, auf ein wirtschaftliches Maß zu verkürzen, wird eine Neuprogrammierung der Frequenzganganalyse durchgeführt. Dies ermöglicht sowohl die Integration von Schnittstellen als auch eine signifikante Reduktion der gesamten Rechenzeit durch direkte Applikation der Schwingungsantwort des FE-Modells auf das BE-Modell.

Die Grundlage für die Validierung wird geschaffen, indem die Differenzen zwischen Messung und Rechnung in einen methodisch und einen Geometrie -bedingten Anteil aufgetrennt werden. Dies wird erreicht durch die Rückführung in FE-Modelle mittels Digitalisierung von drei Getriebegehäusen unterschiedlicher Komplexität: einem speziell angefertigten ovalen Prinzip-Getriebegehäuse, einem Hinterachsgetriebegehäuse und einem Nutzfahrzeuggetriebegehäuse. Mit diesen geometrisch „exakten“ FE-Modellen und den von den konstruierten CAD-Geometrien abgeleiteten Modellen wird einerseits nachgewiesen, dass die Qualität der analytischen Modalanalyse fast ausschließlich von der Modellgüte abhängig ist. Andererseits ist auch die Genauigkeit bei jedem einzelnen Simulationsschritt quantifizierbar. Hierfür werden die Ergebnisse jedes Berechnungsschrittes mit den entsprechenden Messwerten verglichen und optional die experimentell ermittelten Daten als Randbedingung für die nächste Simulationsstufe verwendet. Ausgehend von der in dieser Arbeit entwickelten Methode der gestaffelten Modellanpassung wird die notwendige Modellqualität zur Erlangung der geforderten Güte der Berechnung aufgezeigt. Sie gibt an, mit welchen Messergebnissen hierfür am effektivsten ein Model-Updating durchgeführt werden kann bzw., ob die Simulation rein analytisch durchführbar ist und somit auf umfangreiche Messungen an teuren Prototypen verzichtet werden kann. Zudem können die Berechnungskette aufgetrennt und

die Genauigkeit jedes Simulationsschrittes quantitativ anhand der ersten 40 Eigenfrequenzen bis 4 kHz beurteilt werden. Mit einem mittleren MAC-Wert der Eigenformen von 98 % und einer Standardabweichung des Schalldruckes an der Gehäuseoberfläche von 0,65 dB bzw. einer Mittelwertsabweichung von 0,2 dB ist eine Validierung des gesamten Berechnungsverfahrens auf bisher nicht dokumentiertem Niveau erreicht. Zusätzliche Vergleiche zwischen berechneten und gemessenen Schallintensitäten an externen Flächen und Schallleistungen nach DIN 45635 zeigen erwartungsgemäß einen Abfall des Korrelationsgrades aufgrund der geringen Anzahl an Messpunkten.

Durch die Validierung und Anpassung der Methoden ist eine hinreichend hohe Genauigkeit der Simulation erreicht, um mit Hilfe von Parameterstudien Gestaltungsrichtlinien zu entwickeln, die es erlauben, die Auswirkungen von Geometriemodifikationen abzuschätzen und auf diese Weise den iterativen Prozess zur Findung der „leisesten“ Gehäusegeometrie zu verkürzen. Hierfür werden auf ein kastenförmiges Prinzip-Getriebegehäuse mit Kupplungsglocke Rippen aufgebracht und deren Ausrichtung, Anzahl, Höhe und Breite variiert. Die Einführung und die Programmierung einer gemittelten generalisierten Anregungskraft ermöglicht es, die Schwingungsneigung der verrippten Gehäusen unabhängig vom Anregungsort zu untersuchen. Damit stehen Ergebnisse bei einer hohen Anzahl an Resonanzfrequenzen zur Verfügung, die eine frequenzabhängige Auswertung ermöglichen.

Die Analyse der Schallleistungen bei moderater Verrippung zeigt, dass der Frequenzbereich bis 4 kHz in drei charakteristische Abschnitte unterteilt werden kann. Während im mittleren Bereich keine Verbesserung der Schallabstrahlung erreichbar ist, wird im unteren Frequenzbereich eine Verminderung nur durch eine niedrigere Anzahl an Eigenfrequenzen erreicht. Bei hohen Frequenzen verändert sich die Eigenfrequenzdichte kaum, während die Schallleistungspegel bei den einzelnen Resonanzfrequenzen deutlich abnehmen. Erst bei einer hohen Anzahl an Rippen ist über den ganzen Frequenzbereich eine Absenkung der Einzelpegel bei zudem geringer relativer Massenzunahme erreichbar. Die Übertragbarkeit der gefundenen Konstruktionsregeln von Prinzip-Gehäusen auf reale Gehäuseformen kann anhand eines Nutzfahrzeug-Getriebegehäuses nachgewiesen werden.

Die Grenzen bei der Lösung von Potentialproblemen mittels der direkten BEM werden bei dem Nutzfahrzeuggetriebegehäuse aufgrund der hochgradig verrippten Außenfläche erreicht. Mit dem hier verwendeten Conjugate Gradient Squared (CGS) Solver ist bei dieser Komplexität des BE-Modells eine Konvergenz bei der Gleichungslösung nicht mehr gewährleistet. Weiterführende Arbeiten könnten sich darauf konzentrieren, die Effektivität des Solvers zu verbessern oder durch eine Kopplung von akustischen Finiten Elementen mit Boundary Elementen die Komplexität des BE-Modells zu reduzieren, indem das Schallfeld zwischen der Gehäuseoberfläche und einem einhüllenden, geometrisch einfachen BE-Modell mit Finiten Elementen modelliert wird. Auf diese Weise

werden die Vorteile der akustischen FEM bei der Schallfeldberechnung in geschlossenen Volumina mit der Fähigkeit der BEM, die Schallabstrahlung in den Außenraum mit einzubeziehen, kombiniert.

Aufbauend auf dieser Arbeit kann zudem die Validierung der Methoden an Gehäusen mit Kupplungsglocke und Innenteilen durchgeführt werden. Vor allem für eine Optimierung der Modalanalyse und der Frequenzganganalyse ist zu klären, wie Flansche, Dichtungen, Lager, Zahneingriffe und die Ölfüllung nachgebildet werden können. Die digitalisierten Modelle bieten hierfür eine ideale Basis. Denn durch die Entwicklung dieses Verfahrens können nun Einzelteile fast exakt modelliert werden, so dass bei einem schrittweisen Zusammenbau des gesamten Getriebes die Effektivität der einzelnen Verbindungselemente quantifiziert und optimiert werden kann.

Auf Grundlage der hier durchgeführten Parameterstudien ist es nun möglich, anwendungsspezifische Untersuchungen durchzuführen, bei denen komplexere Gehäuseformen und –anregungen berücksichtigt werden. Die in dieser Arbeit entwickelte Methode der gemittelten generalisierten Anregungskraft bietet hierfür die Möglichkeit, die reale Kraftanregung an mehreren getriebespezifischen Bereichen frequenzabhängig abzubilden.

Die Validierung der Schallabstrahlungsberechnung mit der FE-/BE-Methode und die aufgestellten Gestaltungsrichtlinien weisen nach, dass mit diesem Verfahren auf hohem Niveau quantitativ aussagekräftige Ergebnisse erzielt werden können. Somit stellt dieses Verfahren ein effizientes Werkzeug zur wirtschaftlichen Entwicklung von schallabstrahlungsärmeren Fahrzeuggetriebegehäusen dar. Zum erfolgreichen Einsatz in der Industrie sind für den Anwender Kenntnisse über die Zuverlässigkeit des Verfahrens aber auch umfangreiches Grundlagenwissen und Erfahrungswerte aus der praktischen Anwendung unerlässlich. Hierzu einen Beitrag zu leisten, ist ein Anliegen dieser Arbeit.



---

## 10. Literaturverzeichnis

- [1] Bais, R. S.; Gupta, A. K.; Nakra, B. C.; Kundra, T. K.: *Studies in dynamic design of drilling machine using updated finite element models*. NaCoMM, 11th National Conference on Mechanism and Machine Theory. Delhi. 2004
- [2] Becker, E.; Büger, W.: *Kontinuumsmechanik*. Stuttgart: Teubner, 1975
- [3] Beitz, W.; Küttner, K.-H.: *Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York. 1981
- [4] Blaimer, S.: Validierung der Schallabstrahlungsberechnung an einem eckigen Prinzip-Getriebegehäuse mittels „Multi- Level- Model- Updating“. Diplomarbeit, Hochschule Ulm. 2004
- [5] Bock, G.: Ein verbessertes Verfahren zur Abschätzung des Körperschallmaßes. Konstruktion 42. 1990
- [6] Brebbia, C. A.: *The Boundary Element Method For Engineers*. Pentech Press London Plymouth. 1980
- [7] Brebbia, C. A.; Dominguez, J.: *Boundary Elements - An introductory Course*. Computational Mechanics Publications Southampton. 1992
- [8] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main. 1987
- [9] Brughmans, M.; Leuridan, J.; Blauwkamp, K.: *The application of FEM-EMA correlation and validation techniques on a body-in-white*. IMechE Conference Transaction Band 1994-3
- [10] Coyette, J. P.; Fyfe, K. R.: Solution of elasto-acoustic problems using a variational finite element/boundary element method for fluid-structure interaction problems. Annual Meeting, edited by Bernhard, R.J., and Keltie, R.F., San Francisco. 1989
- [11] Crowley, J. R.; Hunt, D. L.; Rockon, G. T.; Vold, H.: *The Practical Use of the Polyreference Modal Parameter Estimation Method*. IMAC 2. 1985
- [12] Defosse, H.; Hamdi, M. A.: Advanced Boundary Element Approach to Perform 3D Prediction of a Fairing tested in a Large Reverberant Chamber. Proceedings EURO NOISE 95, Lyon, France. März 1995
- [13] Derndinger, S.; Meer, W.: *Validierung der Schallabstrahlungsberechnung (BEM) mit LMS Virtual.Lab*. Studienarbeit, Hochschule Ulm. 2006
- [14] Dirschmid, F.; Troidl, H.; Kunert, A.; Dillinger, S.; Estorff, O.-von; Negele, E.; Stowasser, M.: *Akustische Optimierung von Getriebegehäusen*. VDI Bericht Nr. 1283. 1996
- [15] Estorff, O. v.: *Möglichkeiten und Grenzen der akustischen Berechnung*. Konstruktion 4-2000

- 
- [16] Estorff, O. v.; Brüggmann, G.; Irrgang, A.; Bleke, L.: *Berechnung der Schallabstrahlung von Fahrzeugkomponenten bei BMW*. ATZ 96 5. 1994
  - [17] Ewins, D.J.: *Modal Testing*. RSP Research Studies Press LTD. Baldock, England. 2000
  - [18] Geuther, M.: Erweiterung von Parameterstudien zur Optimierung der Verrippung von Getriebegehäusen. Studienarbeit, Hochschule Ulm. 2006
  - [19] Gold, P.W.; Schelenz, R.; Daners, D.: *Akustische Optimierung in Verbindung zur Konstruktion*. Konstruktion 9-2002
  - [20] Gold, P.; Schelenz, R.; Fechler, J.; Pischinger, S.; Pilatz, Chr., Steffens, C.: *Akustische Untersuchungen im Gesamtsystem Verbrennungsmotor-Getriebe*. MTZ 12/2003
  - [21] Graf, B.; Wender, B.: Multi level model updating for the evaluation and the optimisation of the sound radiation calculation of a principle gearbox housing. Conference Proceedings ISMA 2004 Leuven, Belgium. 2004
  - [22] Gurtin, M. E.: *An introduction to continuum mechanics*. New York: Academic Press. 1981
  - [23] Hackenbroich, D.: Numerische Analyse des Körperschall- und Abstrahlverhaltens eines Nutzfahrzeuggetriebes. VDI Berichte Nr. 1285. 1996
  - [24] Hamdi, M.A.: *Basic Boundary Element Methods for Structural Acoustics Problems in Low frequency Range*. Proceedings EURO NOISE 95, Lyon, France. März 1995
  - [25] Hammer, P. C.; Marlowe, O. J.; Stroud, A. H.: *Numerical Integration Over Simplexes and Cones*. Mathematical Tables and Other Aids to Computation Vol. 10 No. 55. 1956
  - [26] Henn, H.; Sinambari, G. R.; Fallen, M.: *Ingenieurakustik*. Vieweg. 1999
  - [27] Hirsch, V.; Kollmann, F. G.: *ATHENA - Ein Expertensystem zur Geräuschminderung an Getriebegehäusen*. Antriebstechnik 36 Nr. 10. 1997
  - [28] Hunt, D. L.; Brillhart, R.: Practical application of the modal confidence factor to the polyreference method. IMAC 4. 1986
  - [29] Jacobsen, F.; de Bree, H.-E.: *Intensity-based sound power determination under adverse sound field conditions: p-p probes versus p-u probes*. Conference Proceedings ICSV12 Lissabon. Portugal 2005
  - [30] Jeans, R. A.; Mathews, I. C.: Solution of fluid-structure interaction problems using a coupled finite element and variational boundary element technique. Journal of the Acoustic Society of America, vol. 88. 1990
  - [31] Kato, M.; Inoue, K.; Shibata, K.; Zhou, H.: *Evaluation of sound power radiated by a gearbox*. International Gearing Conference. 1994
  - [32] Kollmann, F. G.: *Maschinenakustik*. Springer Verlag. 1993
-

- 
- [33] Koopmann, G. H.; Brenner, H.: *Method for computing the sound power of machines based on the Helmholtz integral*. The Journal of the Acoustical Society of America 71(1). 1982
- [34] Laskowski, Chr.: *Schallabstrahlungsberechnung - Parameterstudien an Prinzipgetriebegehäusen*. Studienarbeit, Hochschule Ulm. 2005
- [35] Leis, R.: *Vorlesungen über partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung*. Mainz: Bibliographisches Institut. 1967
- [36] Link, M.: *Finite Elemente in der Statik und Dynamik*. Teubner Verlag. 1984
- [37] Link, M.: *Updating of Analytical Models - Review of Numerical Procedures and Application Aspects*. Research Studies Press Ltd. 2001
- [38] Link, M.; Staples, B.; Göge, D.; Böswald, M.; Boettcher, Th.: *Linking Analysis to Test - Parameter Identification and Validation*. Conference Proceedings ISMA 2004 Leuven, Belgium. 2004
- [39] Maia, N. M. M.; Silva, J. M. M.: *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. SRP Research Studies Press Ltd. 1998
- [40] Mariem, J. B.; Hamdi, M. A.: *A new boundary finite element method for fluid-structure interaction problems*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 24, 1987
- [41] Moll, S.: *Aufbau eines parametrisierten CAD-Volumenmodells des NKW - Getriebegehäuses 6S850 zur Schallberechnung*. Studienarbeit, Hochschule Ulm. 2005
- [42] Müller, B.: *Einsatz der Simulation zur Pulsations- und Geräuschminderung hydraulischer Anlagen*. Shaker Verlag. 2002
- [43] N. N., Landesamt für Umwelt: *Messungen und Naturschutz. Straßenlärm*. 2005
- [44] N. N., LMSnews: *Significant reduction of engine acoustic analysis time*. LMS international. 2003
- [45] N. N., SDRC: *Frequency Polyreference Residue Technique*. I-DEAS Test User's Guide, Milford / Ohio. 1990
- [46] N. N., SDRC: *Polyreference Technique*. I-DEAS Test User's Guide, Milford / Ohio. 1990
- [47] N. N., SDRC: *Vibro Acoustics 2.0 Manual*. I-DEAS Test User's Guide, Milford / Ohio. 1990
- [48] Okuma, M.: *Accurate Finite element Model Updating using 3-D digitizing and Sensitivity Analysis*. Conference Proceedings ISMA 2004 Leuven, Belgium. 2004
- [49] Oswald, F. B.; Seybert, A. F.; Wu, T. W.; Atherton, W.: *Comparison of analysis and experiment for gearbox noise*. DE-Vol. 43-2, International Power Transmission and Gearing Conferences ASME. 1992

- 
- [50] Pischinger, S.; Steffens, C.; Lahey, H. P.; Platen, S.; Gold, P. W.; Schelenz, R.; Fechler, J.: *Akustische Untersuchungen im Gesamtsystem Verbrennungsmotor-Getriebe II*. 11. Aachener Kolloquium: Fahrzeug- und Motorentechnik. 2002
- [51] Plieske, M.; LeCong, S.; Weber, W.: Einsatz der Finite-Element- und der Boundary-Element-Methode zur Entwicklung lärmarmen Fahrzeuggetriebe. ATK, Antriebstechnisches Kolloquium. 1995
- [52] Rathod, H. T.; Nagaraja, K. V.; Venkatesudu, B.; Ramesh, N. L.: *Gauss Legendre quadrature over a triangle*. Journal of the Indian Institute of Science. 2004
- [53] Richter, S.; Biermann, J.-W.; Gonska, H.: *Untersuchung des Schallabstrahlungsverhaltens von dünnen Blechen durch Versuch und Simulation*. 8. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik. 1999
- [54] Schedlinski, C.: Anwendung eines Verfahrens zur computerunterstützten Modell-anpassung auf das finite Elemente Modell einer Flugzeugtriebwerkskomponente. XXV. FEM-Kongress, Baden-Baden, 16./17. November 1998
- [55] Schedlinski, C.: Kombinierte Verwendung von experimentellen Frequenzgängen und Modaldaten bei der computerunterstützten Modellanpassung. VDI-Schwingungstagung 2000, Kassel, 14.-15. Juni 2000
- [56] Schedlinski, C.; Link, M.: *An approach to optimal pick-up an exciter placement*. Proceedings of the 14<sup>th</sup> Int. Modal Analysis Conference, IMAC; Dearborn, Michigan, USA. 1996
- [57] Schedlinski, C.; Seeber, I.: *Computerunterstützte Modellanpassung von Finite Elemente Modellen industrieller Größenordnung*. MSC Anwenderkonferenz, Weimar, 21.-22. Juni 1999
- [58] Schedlinski, C.; Staples, B.: *Computational Model Updating of Axis Symmetric Systems*. Conference Proceedings ISMA 2004 Leuven, Belgium. 2004
- [59] Schedlinski, C.; Wagner, F.; Bohnert, K.; Frappier, J.; Irrgang, A.; Lehmann, R.; Müller, A.: *Experimental Modal Analysis and Computational Model Updating of a Car Body in White*. Conference Proceedings ISMA 2004 Leuven, Belgium. 2004
- [60] Schenck, H. A.: *Improved Integral Formulation for Acoustic Radiation Problems*. The Journal of the Acoustical Society of America. 1967
- [61] Schneider, T.; Quintenz, G.: Reduzierung der Schallabstrahlung durch Einsatz von Simulation bei der Konstruktion von Getriebegehäusen. ATZ 10 Jahrgang 106. 1994
- [62] Schösser, Th. F.: *Körperschallreduktion durch experimentelle Strukturoptimierung*. Konstruktion 48. 1996
- [63] Schwaderlapp, M.; Wolff, K.: Gewichtsoptimierte Strukturversteifung zur Geräuschminderung des Antriebsaggregates. ATZ 95 6. 1993
-

- 
- [64] Schwaderlapp, M.; Wolschendorf, J.; Schönherr, Chr.: *Akustische Verbesserung von Pkw-Dieselmotoren durch Strukturmaßnahmen*. MTZ 54 12. 1993
- [65] Seybert, A.F.; Soenarko, B.: *Radiation and Scattering of Acoustic Waves from Bodies of Arbitrary Shape in a Three-Dimensional Half Space*. Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Relia. 1988
- [66] Silva, J. M. M.; Maia, N. M.M.: *Modal Analysis and Testing*. Kluwer Academic Publishers. 1998
- [67] Soeiro, N. S.; Teodoro, E. B.; Gerges, S. N.Y.; Jordan, R.; Arenas, J. P.: *Numerical Modelling of the Vibro-acoustic Behaviour of a Vehicle Gearbox*. International Journal of Acoustics and Vibration, Vol. 10, No.2. 2005
- [68] Soenarko, B.: *An advanced boundary element formulation for acoustic radiation problems*. PhD Dissertation, University of Kentucky, Lexington, Kent. USA. 1963
- [69] Sommerfeld, A.: *Partial Differential Equations in Physics*. Academic Press Inc., New York. 1949
- [70] Steffens, C. S.: *Anregungsvorgänge und Körperschallflüsse im Gesamtsystem Motor-Getriebe*. Dissertation. Verlag Mainz. 2000
- [71] Storm, R.: *Geräuschreduzierung bei Getriebegehäusen*. VDI-Berichte Nr. 977. 1992
- [72] Stroud, A. H. and Secrest, D.: *Gaussian Quadrature Formulas*. Prentice-Hall. 1986
- [73] Suzuki, S.; Imai, M.; Ishiyama, S.: *Boundary Element Analysis of Structural-Acoustic Problems*. Toyota Central Research & Development Laboratories, INC. Japan. 1982
- [74] Svirgler, J.; Rinder, L.; Pasek, M.; Schlor, B.: *Analyse der Lärmabstrahlung einer dünnen Platte*. Konstruktion 6-2002
- [75] Tanaka, E.; Houjoh, H.; Mutoh, D.; Motoshiromizu, H.; Ohno, K.; Tanaka, N.: *Vibration and sound-radiation analysis for designing a low-noise gearbox with a multi-stage helical gear system*. JSME, Series C Band 46 Heft 3. 2003
- [76] Van de Ponsele, P.: *3D-Acoustic Radiation Prediction Models Based On A Numerical Solution Of The Helmholtz Equation*. Katholieke Universiteit Leuven. 1990
- [77] Vold, H.; Crowley, J.: *A modal confidence factor for the polyreference method*. IMAC 3 Band 1. 1985
- [78] Vold, H.; Rocklin, G.T.: *The Numerical Implementation of a Multi-Input estimation Method for Mini-Computers*. First International Modal Analysis conference. 1982
-

- 
- [79] Wagner, F.; Schedlinski, C.; Bohner, K.; Frappier, J.; Irrgang, A.; Lehmann, R.; Müller, A.: *Experimentelle Modalanalyse und Computerunterstützte Modellangepassung einer Rohkarosserie*. VDI-Berichte Nr. 1825. 2004
- [80] Wender, B.: *Erarbeitung von Richtlinien für die Gestaltung schallarmer Fahrzeug-Getriebegehäuse*. FHU – Forschungsreport 1996-1999, Februar 2002
- [81] Wender, B.: Untersuchungen zur Gehäusegestaltung für lärmarme Zahnradgetriebe. Konstruktion 6-2002
- [82] Wender, B.: Untersuchungen zur Geräuschabstrahlung von "Prinzip-Getriebegehäusen" mit Versteifungsrippen. Konstruktion 50 Heft 10. 1998
- [83] Wender, B.: Lärmarme Fahrzeuggetriebe - auch eine Frage der Gehäusegestaltung?!. Horizonte Nr.17, 11/2000
- [84] Wender, B.; Kelkel, K.; Weber, W.: *Berechnung der Schallabstrahlung von Getriebegehäusen durch Kopplung von Finite-Element- und Boundary-Element-Methoden*. 6. Internationaler Kongress „Berechnung im Automobilbau“, Würzburg 21.-23-09.1992, VDI Bericht Nr. 1007. 1992
- [85] Zehn, M.; Schmidt, G.: Berechnung, Messung und Updating des dynamischen FEM-Modells für den Motorblock eines Pkw-Motors. VDI Berichte Nr. 1285. 1996

---

## Lebenslauf

Name: Bernd Graf  
Geburtsdatum: 14. März 1976  
Staatsangehörigkeit: deutsch  
Familienstand: verheiratet

### Schulischer und beruflicher Lebensweg:

9/82 – 7/86                    Grundschule Buch  
9/86 – 7/92                    Realschule Illertissen  
9/92 – 7/94                    Fachoberschule Krumbach  
9/94 – 2/97                    Ausbildung zum Industriemechaniker bei der  
IVECO Magirus AG in Ulm  
3/97 – 12/97                   Grundwehrdienst bei der Bundeswehr  
1/98 – 2/98                    Monteur bei der IVECO Magirus AG in Ulm  
3/98 – 1/02                    Maschinenbaustudium an der Fachhochschule Ulm  
Fachrichtung:    Wärme- u. Energietechnik  
3/00 - 8/00                    Praxissemester in Madrid im INTA  
   (Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial)  
9/01 – 1/02                    Diplomarbeit im Institut für technische Thermodynamik  
   des DLR in Stuttgart.  
1/02 – 10/06                   Laborassistent im Labor für Strukturmechanik und Akustik  
   des Instituts für Fahrzeugsystemtechnik  
   der Hochschule Ulm  
3/02 - 9/04                    Eignungsfeststellungsverfahren an der  
   Technischen Universität Ilmenau  
1/05 – 1/07                    Promotion an der Technischen Universität Ilmenau  
Seit 11/06                    Berechnungsingenieur bei Voith Siemens Hydro  
   in Heidenheim.